

Διάρκεια εξέτασης 1.5 ώρα.

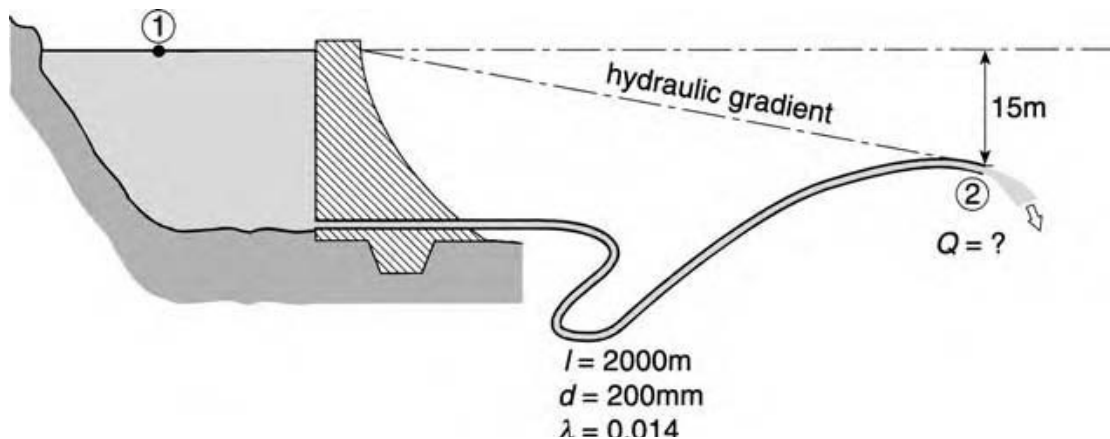
ΘΕΜΑΤΑ

1. Πρέπει να μεταφέρουμε νερό από ένα σημείο σε ένα άλλο, που βρίσκεται σε απόσταση $L = 120 \text{ m}$ από το πρώτο. Η παροχή θα είναι $Q = (AM/100) \text{ lt/sec}$. Θα χρησιμοποιήσουμε σωλήνες με απόλυτη τραχύτητα $e = 0.01 \text{ mm}$. Οι σωλήνες που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε έχουν εσωτερικές διαμέτρους 100 mm, 125 mm και 150 mm. Να ελεγχθεί ποιές από τις παραπάνω τρεις διαμέτρους μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε, αν έχουμε τον περιορισμό οι γραμμικές απώλειες να μην ξεπερνούν την τιμή $\Delta h = 10 \text{ m}$. Το κινηματικό ιξώδες του νερού είναι $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{sec}$.

(μονάδες 4.5)

2. Από τον ταμιευτήρα του σχήματος, διοχετεύεται νερό με παροχή Q . Να βρεθεί η παροχή αυτή, αν ξέρουμε ότι το μήκος του σωλήνα είναι $l = 2000 \text{ m}$, η εσωτερική του διάμετρος $d = 200 \text{ mm}$, ο συντελεστής γραμμικών απωλειών $f = 0.014$, και η υψομετρική διαφορά μεταξύ ελεύθερης επιφάνειας του νερού στον ταμιευτήρα και εξόδου της παροχής είναι 15 m. Οι τοπικές απώλειες θεωρούνται αμελητέες.

(μονάδες 3.0)



3. Ένα αδιάβροχο ρολόϊ αντέχει σε πίεση 5 bar. Σε ποιο βάθος υγρού με πυκνότητα $(AM/2) \text{ kg/m}^3$ μπορεί να αντέξει?

(μονάδες 2.5)

Λύσεις

Θέμα 1^ο:

Πρέπει να βρούμε για κάθε διάμετρο τις γραμμικές απώλειες, ώστε να δούμε αν είναι μικρότερες ή μεγαλύτερες από το όριο των 10m.

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται για διάφορους AM κατά σειρά: η παροχή σε m³/sec, η ταχύτητα σε m/sec για τις τρεις διαμέτρους, καθώς και ο αριθμός Reynolds για τις τρεις διαμέτρους.

AM	Q	V100	V125	V150	RE100	RE125	RE150
2600	0,026	3,31	2,119	1,471	331042	264834	220695
2800	0,028	3,565	2,282	1,584	356507	285206	237671
3000	0,03	3,82	2,445	1,698	381972	305577	254648
3200	0,032	4,074	2,608	1,811	407437	325949	271624
3400	0,034	4,329	2,771	1,924	432901	346321	288601
3600	0,036	4,584	2,934	2,037	458366	366693	305577
3800	0,038	4,838	3,097	2,15	483831	387065	322554
4000	0,04	5,093	3,259	2,264	509296	407437	339531
4200	0,042	5,348	3,422	2,377	534761	427808	356507
4400	0,044	5,602	3,585	2,49	560225	448180	373484
4600	0,046	5,857	3,748	2,603	585690	468552	390460
4800	0,048	6,112	3,911	2,716	611155	488924	407437
5000	0,05	6,366	4,074	2,829	636620	509296	424413
5200	0,052	6,621	4,237	2,943	662085	529668	441390
5400	0,054	6,875	4,4	3,056	687549	550039	458366
5600	0,056	7,13	4,563	3,169	713014	570411	475343
5800	0,058	7,385	4,726	3,282	738479	590783	492319
6000	0,06	7,639	4,889	3,395	763944	611155	509296
6200	0,062	7,894	5,052	3,508	789409	631527	526272
6400	0,064	8,149	5,215	3,622	814873	651899	543249
6600	0,066	8,403	5,378	3,735	840338	672270	560225

Η ταχύτητα βρίσκεται από τον τύπο $V = 4Q / \pi D^2$ και ο αριθμός Reynolds από τον τύπο $Re = V D / \nu$.

Παρατηρούμε ότι οι αριθμοί Reynolds για όλες τις διαμέτρους είναι πολύ μεγαλύτεροι από το όριο της μεταβατικής ροής. Δηλαδή η ροή είναι τυρβώδης, ανεξάρτητα από τη διάμετρο, για όλους τους AM.

Αφού η απόλυτη τραχύτητα είναι 0.01mm, μπορούμε να υπολογίσουμε κατά σειρά: την σχετική τραχύτητα (e/D) για κάθε διάμετρο, τον συντελεστή τραχύτητας f και τις απώλειες ενέργειας Δh .

Για τη σχετική τραχύτητα πρέπει να διαιρέσουμε την απόλυτη τραχύτητα με κάθε μία από τις διαμέτρους. Ο συντελεστής τραχύτητας f προκύπτει, για κάθε διάμετρο, από το διάγραμμα του Moody, χρησιμοποιώντας τον αριθμό Reynolds και την σχετική τραχύτητα. Εναλλακτικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε εξισώσεις που έχουν αντικαταστήσει το διάγραμμα του Moody, όπως, την εξίσωση Colebrook – White η οποία είναι άρρητη, την εξίσωση που αναφέρεται στο http://geopapaevan.weebly.com/uploads/1/4/6/4/1464619/art_corfu_2010_f.pdf η οποία όμως είναι πολύπλοκη, το διάγραμμα Παπαευαγγέλου – Ευαγγελίδη – Τζιμόπουλου που σας έχει δοθεί: http://geopapaevan.weebly.com/uploads/1/4/6/4/1464619/moody_papaevangelou.pdf

ή οποιαδήποτε άλλη εξίσωση από τη βιβλιογραφία, αρκεί να είναι για τυρβώδη ροή, και να μην έχει διατυπωθεί για πολύ εξειδικευμένες περιπτώσεις. Σε κάθε περίπτωση οι διαφορές από τη χρήση της μίας ή άλλης εξίσωσης ή διαγράμματος είναι πάρα πολύ μικρές, και όλες οι τιμές είναι δεκτές, αρκεί να προκύπτουν από αξιόπιστη πηγή. Τα αποτελέσματα σε συνάρτηση με τον AM φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Καλή επιτυχία!

AM	f100	f125	f150	dh100	dh125	dh150
2600	0,0152	0,0155	0,0159	10,209	3,4105	1,3998
2800	0,0151	0,0154	0,0157	11,724	3,9117	1,604
3000	0,0149	0,0152	0,0155	13,339	4,4452	1,8211
3200	0,0148	0,0151	0,0153	15,054	5,0108	2,0512
3400	0,0147	0,0149	0,0152	16,868	5,6085	2,294
3600	0,0146	0,0148	0,0151	18,781	6,238	2,5496
3800	0,0145	0,0147	0,0149	20,793	6,8993	2,8178
4000	0,0144	0,0146	0,0148	22,903	7,5923	3,0986
4200	0,0144	0,0145	0,0147	25,112	8,3168	3,392
4400	0,0143	0,0144	0,0146	27,418	9,0729	3,698
4600	0,0142	0,0143	0,0145	29,823	9,8603	4,0164
4800	0,0142	0,0143	0,0145	32,326	10,679	4,3473
5000	0,0141	0,0142	0,0144	34,926	11,529	4,6906
5200	0,014	0,0141	0,0143	37,624	12,41	5,0462
5400	0,014	0,0141	0,0142	40,419	13,323	5,4142
5600	0,0139	0,014	0,0142	43,312	14,266	5,7946
5800	0,0139	0,0139	0,0141	46,302	15,241	6,1872
6000	0,0138	0,0139	0,014	49,389	16,246	6,5921
6200	0,0138	0,0138	0,014	52,573	17,283	7,0092
6400	0,0138	0,0138	0,0139	55,854	18,35	7,4386
6600	0,0137	0,0137	0,0139	59,232	19,448	7,8801

Οι απώλειες είναι μικρότερες από 10m για τον σωλήνα των 150mm, ανεξάρτητα από τον AM. Αρα, η διάμετρος των 150mm είναι αποδεκτή για όλους τους φοιτητές. Αντίθετα αυτή των 100mm δεν είναι αποδεκτή για κανένα, αφού οι απώλειες είναι μεγαλύτερες από 10m. Η διάμετρος των 125mm δίνει απώλειες από 3 έως 20 περίπου m, οπότε είναι αποδεκτές για τους φοιτητές με AM κάτω από 4620 περίπου. Για αυτούς με μεγαλύτερο AM δεν γίνεται αποδεκτή. Είναι αυτονόητο ότι, λόγω του ότι με διαφορετική μέθοδο βρίσκει κανείς ελαφρά διαφορετικό f, για τους φοιτητές με AM 4600 έως 4650 θα γίνει δεκτή, και η θετική απάντηση αλλά και η αρνητική, για τον σωλήνα των 125mm.

Θέμα 2^ο:

Από την εξίσωση Bernoulli, προκύπτει ότι

$$p_1/\gamma + z_1 + V_1^2/(2g) = p_2/\gamma + z_2 + V_2^2/(2g) + \Delta h$$

όπου τα σημεία 1 και 2 αντιστοιχούν στο σχήμα. Στη συνέχεια, μηδενίζουμε το φορτίο ταχύτητας και το φορτίο πίεσης στο σημείο 1 και το φορτίο πίεσης στο σημείο 2:

$$z_1 = z_2 + V_2^2/(2g) + \Delta h$$

Το Δh εκφράζει το σύνολο των απωλειών. Οι τοπικές όμως απώλειες, δεν λαμβάνονται υπόψη στην συγκεκριμένη περίπτωση. Έτσι:

$$z_1 = z_2 + V^2/(2g) + f(L/D)(V^2/2g)$$

Καλή επιτυχία!

όπου το V_2 αντικαταστάθηκε με το V , αφού πρόκειται για την ίδια ταχύτητα, την ταχύτητα στην έξοδο. Λύνοντας ως προς $V^2/(2g)$ και αντικαθιστώντας $z_1 - z_2 = 15m$, βρίσκω:

$$V^2/(2g) = 15m / [(fL/D)+1]$$

Με δεδομένα $L=2000m$, $D=0.2m$, και $f=0.014$, βρίσκουμε $V^2=2.09 (m/sec)^2$,

Και $V = 1.45m/sec$, οπότε, από την εξίσωση της συνέχειας: $Q=V\pi D^2/4 = 0.0454 m^3/sec$.

Θέμα 3°:

Η σχέση της υδροστατικής πίεσης με το βάθος, είναι : $P = \rho gh$,

οπότε το βάθος που αντιστοιχεί στην πίεση των 5bar θα είναι: $h=P/(\rho g)$

Στον πίνακα που ακολουθεί, φαίνονται τα αποτελέσματα ως εξής:

Η πυκνότητα που αντιστοιχεί σε κάθε AM, η πίεση των 5 bar σε Pa, και το βάθος h σε m.

Η πίεση των 5bar είναι ίση με 500000Pa, αφού 1bar=10⁵Pa.

AM	ρ	P	h
2600	1300	500000	39,21
2800	1400	500000	36,41
3000	1500	500000	33,98
3200	1600	500000	31,86
3400	1700	500000	29,98
3600	1800	500000	28,32
3800	1900	500000	26,83
4000	2000	500000	25,48
4200	2100	500000	24,27
4400	2200	500000	23,17
4600	2300	500000	22,16
4800	2400	500000	21,24
5000	2500	500000	20,39
5200	2600	500000	19,6
5400	2700	500000	18,88
5600	2800	500000	18,2
5800	2900	500000	17,58
6000	3000	500000	16,99
6200	3100	500000	16,44
6400	3200	500000	15,93
6600	3300	500000	15,44

Καλή επιτυχία!

Καλή επιτυχία!