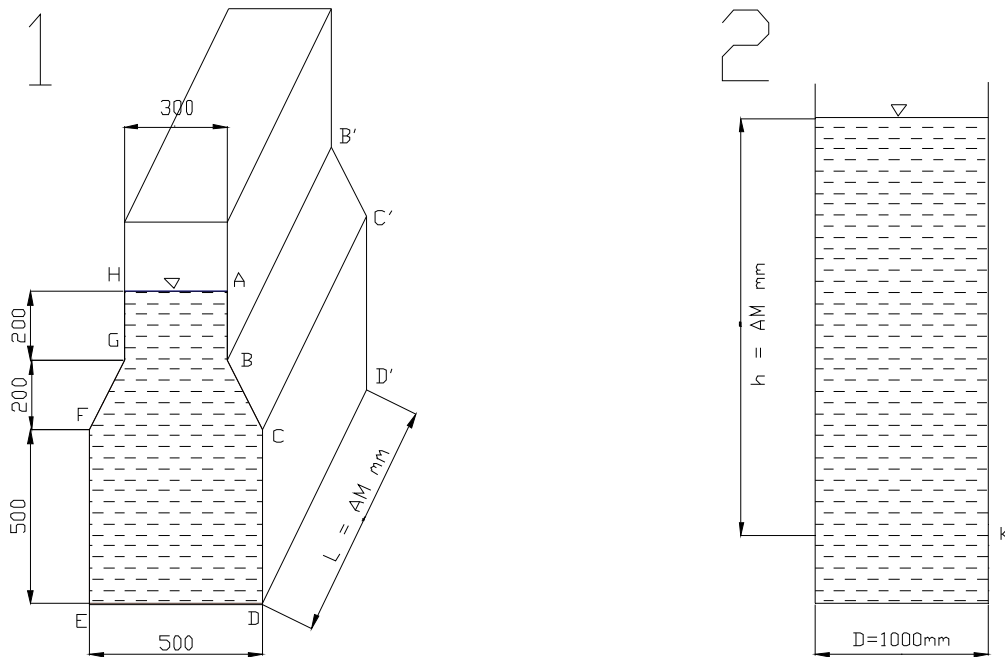


Διάρκεια εξέτασης 1.5 ώρα.

ΘΕΜΑΤΑ

1. Η δεξαμενή η οποία φαίνεται στο σχήμα 1, είναι πρισματική, συμμετρική, και έχει μήκος $L = AM$ mm. Όλες οι διαστάσεις του σχήματος 1 είναι σε mm. Η δεξαμενή περιέχει νερό ($\gamma = 9810 \text{ N/m}^3$), και η ελεύθερη επιφάνειά του είναι σε επαφή με την ατμόσφαιρα. Να βρεθούν α) η δύναμη που δρά στην παραλληλόγραμμη επιφάνεια $BCC'B'$. β) η δύναμη που δρά στην παραλληλόγραμμη επιφάνεια $CDD'C'$. γ) η δύναμη που δρά στην παραλληλόγραμμη επιφάνεια $DEE'D'$. (μονάδες 1.2 + 1.2 + 1.2)



2. Η κυλινδρική δεξαμενή του σχήματος 2, διαμέτρου $D = 1\text{m}$, περιέχει νερό. Σε βάθος $h = AM$ mm από την ελεύθερη επιφάνεια της δεξαμενής, στο σημείο K, υπάρχει μικρή οπή διαμέτρου $d = 0.1\text{m}$ από την οποία εξέρχεται το νερό στην ατμόσφαιρα με ομοιόμορφη ταχύτητα. Θεωρώντας τις απώλειες ενέργειας λόγω τριβών αμελητέες, να υπολογιστεί ο ρυθμός εκροής όγκου του νερού από τη δεξαμενή, δηλαδή η παροχή, σε lt/sec . (μονάδες 3.0)
3. Σε κλειστό, ευθύγραμμο, κυλινδρικό αγωγό με μήκος $L = AM$ m και διάμετρο $D = 305\text{mm}$, ρέει λάδι πυκνότητας $\rho = 850 \text{ kg/m}^3$ και δυναμικού ιξώδους $\mu = 0.1 \text{ Pas}$ με παροχή $Q = 44.4 \text{ lt/sec}$. α) Πόση είναι η μέση ταχύτητα? β) Ποιά είναι η τιμή του αριθμού Reynolds? γ) Πόσες είναι οι γραμμικές απώλειες Δh ? δ) Γιατί δεν είναι απαραίτητη η γνώση της τραχύτητας του αγωγού στον υπολογισμό των απωλειών? (μονάδες 0.4+1+1+1)

Λύσεις

Θέμα 1°:

Όλες οι επιφάνειες για τις οποίες ζητούνται οι δυνάμεις, είναι επίπεδες. Συνεπώς, για όλες τις δυνάμεις αρκεί να βρεθούν τα βάθη των κέντρων βάρους των επιφανειών, καθώς και τα εμβαδά τους. Στη συνέχεια, οι δυνάμεις δίνονται από τη σχέση:

$$F = \gamma z_k A$$

α) Για την πρώτη παραλληλόγραμμη επιφάνεια, είναι:

$$z_k = 0.2 + (0.2/2) = 0.3m \quad \text{αφού το κέντρο βάρους βρίσκεται στο μέσο της κατακόρυφης απόστασης των B και C}$$

και $A = (0.2^2 + 0.1^2)^{(1/2)} L = 2236 \cdot 10^{-7} AM$, λόγω του ότι το μήκος BC είναι η υποτείνουσα τριγώνου με κατακόρυφη πλευρά 200mm και οριζόντια: $(500-300)/2 = 100mm$

β) Για την δεύτερη παραλληλόγραμμη επιφάνεια, είναι:

$$z_k = 0.2 + 0.2 + (0.5/2) = 0.65m \quad \text{αφού το κέντρο βάρους βρίσκεται στο μέσο της απόστασης των D και C}$$

$$\text{και } A = 0.5 L = 0.5 AM/1000$$

γ) Για την τρίτη παραλληλόγραμμη επιφάνεια, είναι:

$$z_k = 0.2 + 0.2 + 0.5 = 0.9m \quad \text{και } A = 0.5 L = 0.5 AM/1000$$

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται για διάφορους AM τα αποτελέσματα:

AM	F BC (N)	F CD (N)	F DE (N)
2500	1645	7971	11036
2750	1810	8768	12140
3000	1974	9565	13244
3250	2139	10362	14347
3500	2303	11159	15451
3750	2468	11956	16554
4000	2632	12753	17658
4250	2797	13550	18762
4500	2961	14347	19865
4750	3126	15144	20969
5000	3291	15942	22073
5250	3455	16739	23176
5500	3620	17536	24280
5750	3784	18333	25383
6000	3949	19130	26487
6250	4113	19927	27591
6500	4278	20724	28694
6750	4442	21521	29798
7000	4607	22318	30902

Θέμα 2°:

Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli ανάμεσα στο σημείο 1 της ελεύθερης επιφάνειας στη δεξαμενή και το σημείο 2 της εξόδου της οπής, προκύπτει ότι

Καλή επιτυχία!

$$p_1/\gamma + z_1 + V_1^2/(2g) = p_2/\gamma + z_2 + V_2^2/(2g) + \Delta h$$

όπου οι απώλειες Δh θεωρούνται από την εκφώνηση αμελητέες. Οι πιέσεις στα σημεία 1 και 2 είναι μηδενικές σαν σχετικές πιέσεις, αφού είναι και οι δύο ίσες με την ατμοσφαιρική. Επομένως η εξίσωση γίνεται

$$z_1 + V_1^2/(2g) = z_2 + V_2^2/(2g) \quad \text{δηλαδή} \quad V_2^2 - V_1^2 = 2gh$$

Μπορούμε να συσχετίσουμε τις ταχύτητες στα σημεία 1 και 2 μεταξύ τους από την εξίσωση της συνέχειας, αφού η παροχή είναι ίδια στα δύο αυτά σημεία. Έτσι

$A_1V_1 = A_2V_2$ από την οποία, αν αντικαταστήσουμε τα εμβαδά με τις διαμέτρους, προκύπτει

$$V_2 = 10^2V_1 \quad \text{δηλαδή} \quad V_2^2 = 10^4V_1^2$$

Αυτό μας δείχνει ότι η ταχύτητα V_1 είναι αμελητέα και θα μπορούσε να αγνοηθεί. Συνεπώς $V_2^2 = 2gh$ από την οποία προκύπτει

$$V_2 = 0.1401 AM^{(1/2)}$$

Η ζητούμενη παροχή τότε θα είναι $Q = A_2V_2 = 0.1401 AM^{(1/2)} (\pi/400)$

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται για διάφορους AM τα αποτελέσματα:

AM	V2(m/s)	Q (lt/s)
2500	7,01	55,017
2750	7,35	57,702
3000	7,67	60,268
3250	7,99	62,729
3500	8,29	65,097
3750	8,58	67,382
4000	8,86	69,592
4250	9,13	71,734
4500	9,4	73,813
4750	9,66	75,836
5000	9,91	77,806
5250	10,15	79,727
5500	10,39	81,604
5750	10,62	83,438
6000	10,85	85,232
6250	11,08	86,990
6500	11,3	88,712
6750	11,51	90,402
7000	11,72	92,061

Θέμα 3^ο:

Η ταχύτητα βρίσκεται από τον τύπο $V = 4Q / \pi D^2$ και ο αριθμός Reynolds από τον τύπο $Re = VD / \nu$.

a) $V = Q/A = 0.608 \text{ m/s}$

β) Το κινηματικό ιξώδες είναι απαραίτητο για τον υπολογισμό του αριθμού Reynolds: $\nu = \mu/\rho = 1176 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$

και κατόπιν $Re = VD / \nu = 1575.5$

Καλή επιτυχία!

Παρατηρούμε ότι ο αριθμός Reynolds είναι μικρότερος από την τιμή 2000 που είναι το όριο της μεταβατικής ή της τυρβώδους ροής. Δηλαδή η ροή είναι στρωτή. Επομένως, δεν χρειάζεται να χρησιμοποιηθεί το διάγραμμα του Moody, αφού ισχύει η εξίσωση: $f = 64 / Re = 0.0406$

γ) Οι απώλειες ενέργειας είναι $\Delta h = f (L/D) (V^2/2g) = 0.002507 \cdot AM$ σε m

Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται για διάφορους AM τα αποτελέσματα των απωλειών:

AM	Δh (m)
2500	6,27
2750	6,89
3000	7,52
3250	8,15
3500	8,77
3750	9,40
4000	10,03
4250	10,65
4500	11,28
4750	11,91
5000	12,54
5250	13,16
5500	13,79
5750	14,42
6000	15,04
6250	15,67
6500	16,30
6750	16,92
7000	17,55

δ) Η γνώση της τραχύτητας είναι απαραίτητη για τον υπολογισμό του συντελεστή f όταν η ροή είναι τυρβώδης. Όπως άλλωστε φαίνεται και στο διάγραμμα του Moody, όταν η ροή είναι στρωτή, ο συντελεστής είναι ανεξάρτητος από την τραχύτητα, και εξαρτάται μόνο από τον αριθμό Reynolds.