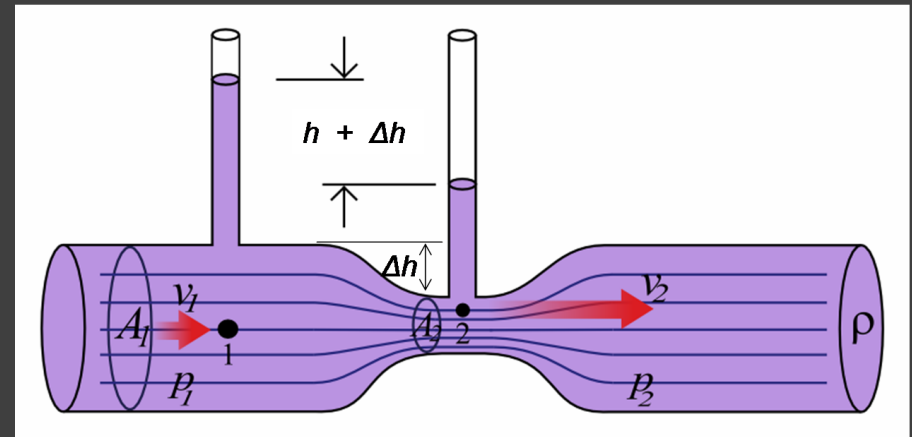
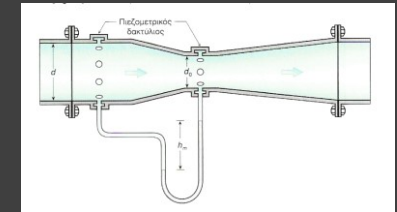
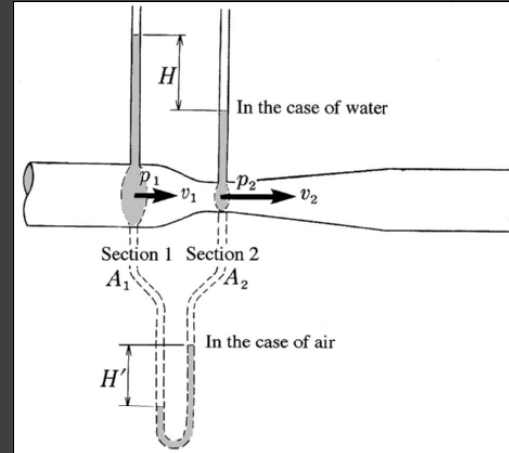


Όργανα μέτρησης παροχής

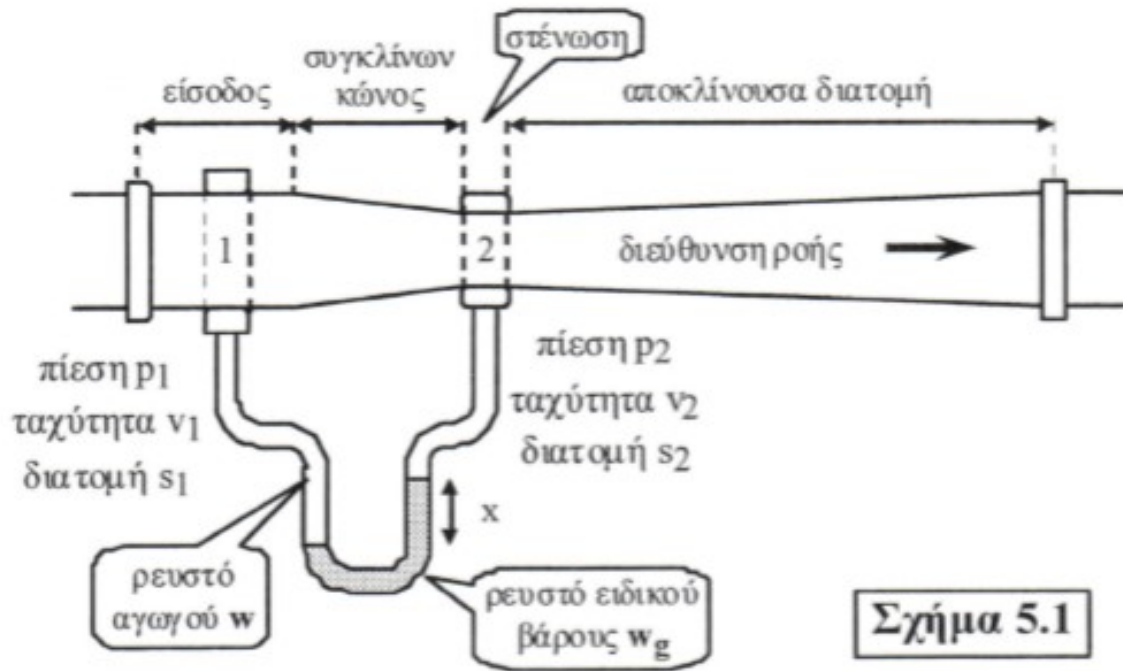
- Σωλήνας Venturi
- Σωλήνας Pitot
- Οπές, στόμια
- Υπερχειλιστές, υδροφράγματα
- Ακροφύσια
- Πλωτηρόμετρα
- Μετρητές ροής τύπου Parshall

Venturi tube

- Εξίσωση Bernoulli
- Οργανο μέτρησης της παροχής
- Απώλειες: αγνοούνται αρχικά, και λαμβάνονται υπόψη με ειδικούς συντελεστές πειραματικά
- Τμήματα: συγκλίνον, στένωση, αποκλίνον
- Μετρήσεις πίεσης στην είσοδο και στη στένωση



Venturi tube



Από την ισορροπία των πιέσεων στις δύο πλευρές του U- tube:

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = x \left(\frac{w_g}{w} - 1 \right)$$

$$Q = s_1 \sqrt{\frac{2gx \left(\frac{w_g}{w} - 1 \right)}{\left(\frac{s_1}{s_2} \right)^2 - 1}}$$

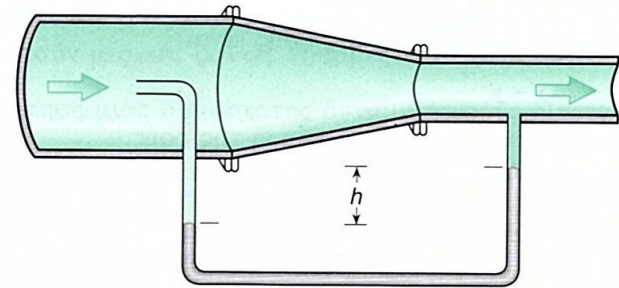
$$z_1 + \frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Πραγματική παροχή = θεωρητική * Cd (Cd < 1) λόγω των απωλειών

Άσκηση

Αέρας πυκνότητας 1.2 kg/m^3 διέρχεται από συσκευή Venturi με σταθερή ογκομετρική παροχή $6 \text{ m}^3/\text{min}$. Οι διαμέτροι των αγωγών πριν και μετά τη συστολή είναι 10 και 5 cm αντίστοιχα. Το υγρό του μανομέτρου είναι λάδι πυκνότητας 800 kg/m^3 . Να βρεθεί η ένδειξη x του μανομέτρου της συσκευής.

$$Q = s_1 \sqrt{\frac{2gx \left(\frac{w_g}{w} - 1 \right)}{\left(\frac{s_1}{s_2} \right)^2 - 1}}$$



$$\left(\frac{s_1}{s_2} \right)^2 = 16$$

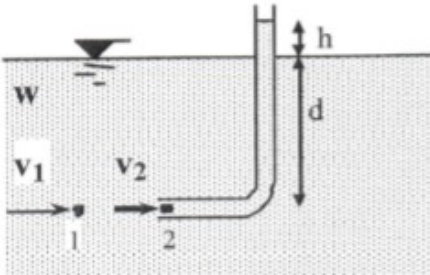
$$\left(\frac{w_g}{w} \right) = 666.67$$

$$s_1 = 0.007854 \text{ m}^2$$

$$x = 0.186 \text{ m}$$

Σωλήνας Pitot

Μέτρηση ταχύτητας σε σημείο ροής του ρευστού. Το ρευστό ανέρχεται μέχρι η στήλη στον σωλήνα να ισορροπήσει την ολική πίεση στο άνοιγμα



Έτσι από την εξίσωση Bernoulli έχουμε :

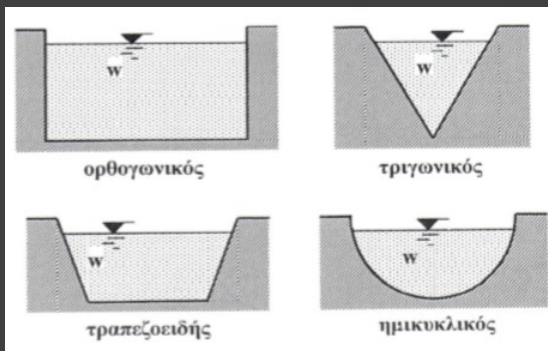
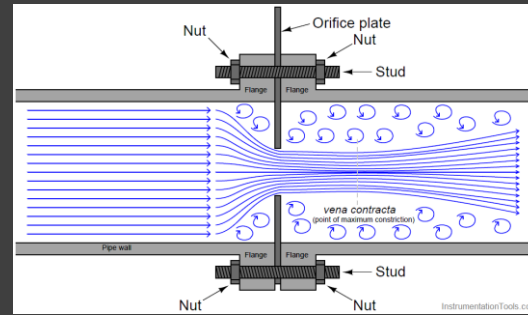
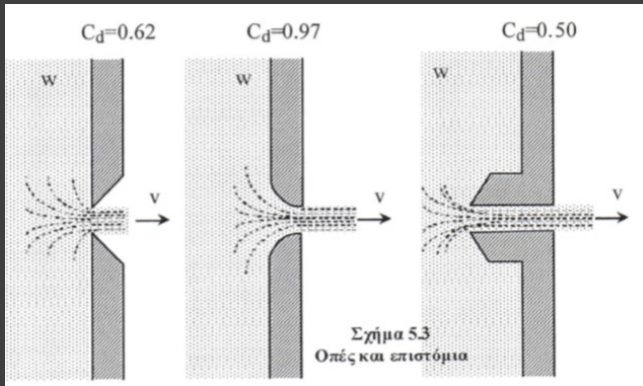
$$z_1 + \frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Αλλά $z_1 = z_2$, $v_2 = 0$, $p_1/w = d$ και $p_2/w = h + d$.

Επομένως

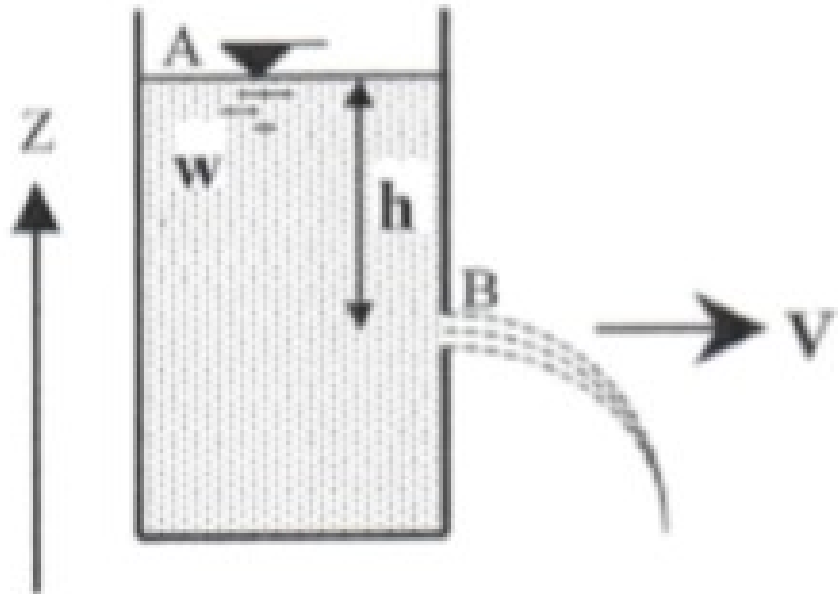
$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_2}{w} \Rightarrow d + \frac{v_1^2}{2g} = d + h \Rightarrow v_1 = \sqrt{2gh}.$$





Οπές, στόμια, επιστόμια
 και εκχειλιστές

Παροχή οπής σε δεξαμενή



$$z_A + \frac{p_A}{w} + \frac{v_A^2}{2g} = z_B + \frac{p_B}{w} + \frac{v_B^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2g \cdot h}$$

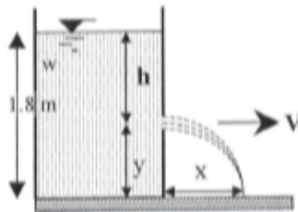
$$Q_{\text{πραγμ}} = C_d \cdot Q_{\text{θεωρ}} = C_d \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \sqrt{2g \cdot h}$$

άσκηση

Δεξαμενή ύψους 1.8 m βρίσκεται πάνω στο έδαφος γεμάτη νερό. Στην κατακόρυφη πλευρά της δεξαμενής υπάρχει οπή σε βάθος h κάτω από την στάθμη του νερού. Να υπολογιστεί το h , ώστε ο πίδακας του νερού να πέφτει στο έδαφος στη μέγιστη απόσταση από τη δεξαμενή.

Λύση.

Η κίνηση των υλικών σημείων του πίδακα μπορεί να θεωρηθεί σαν οριζόντια βολή. Επομένως μετά από χρόνο t ένα υλικό σημείο θα έχει διαγράψει διάστημα



οριζόντια απόσταση $x = v \cdot t$, (A)

κατακόρυφη απόσταση $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$, (B)

όπου η ταχύτητα $v = \sqrt{2gh}$.

Απαλείφοντας τον χρόνο t από τις εξισώσεις (A) και (B) έχουμε :

$$x = \sqrt{\frac{2v^2 \cdot y}{g}}$$

και για $y = 1.8 - h$ και $v = \sqrt{2gh}$

$$x = \sqrt{\frac{4g \cdot h \cdot (1.8 - h)}{g}} = 2\sqrt{h \cdot (1.8 - h)}.$$

Επομένως το x γίνεται μέγιστο όταν το $h(1.8 - h)$ γίνει μέγιστο ή

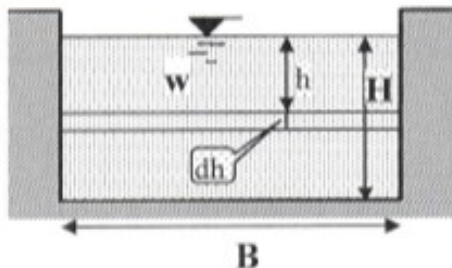
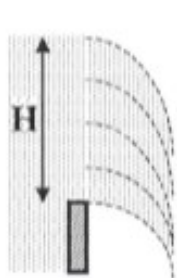
$$\frac{d[h \cdot (1.8 - h)]}{dh} = 1.8 - 2h = 0 \Rightarrow h = 0.9 \text{ m}.$$

... και γενικότερα, για οποιοδήποτε ύψος δεξαμενής h_0 , το μέγιστο βεληνεκές θα ήταν σε $y = h_0/2$

Θεωρητική παροχή ορθογωνικού υπερχειλιστή

Η ταχύτητα του νερού μπορεί να θεωρηθεί σταθερή σε κάθε σημείο μίας στοιχειώδους επιφάνειας πάχους dh , παράλληλης προς την ελεύθερη επιφάνεια του ρευστού και σε βάθος h .

$$v = \sqrt{2gh}.$$



Το εμβαδόν της στοιχειώδους επιφάνειας είναι

$$dS = B \cdot dh.$$

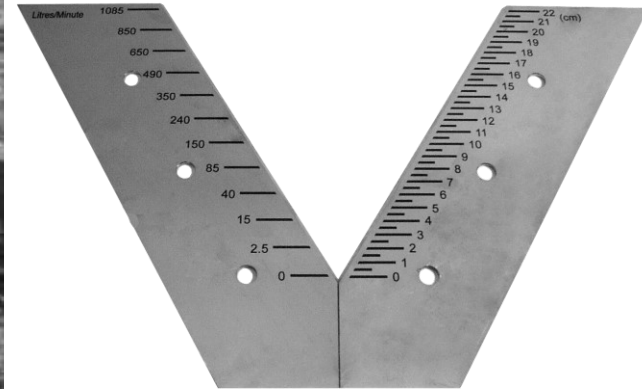
Επομένως η παροχή του νερού που περνά από τη στοιχειώδη αυτή επιφάνεια είναι :

$$dQ = v \cdot dS = \sqrt{2gh} \cdot B \cdot dh = B \sqrt{2g} \cdot h^{1/2} \cdot dh.$$

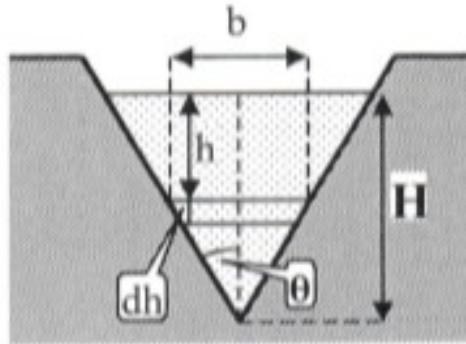
Η συνολική λοιπόν θεωρητική παροχή του εκχειλιστή είναι :

$$Q_{\text{θεωρ}} = B \cdot \sqrt{2g} \cdot \int_0^H h^{1/2} dh = \frac{2}{3} B \cdot \sqrt{2g} \cdot H^{3/2}. \quad (5.5)$$

Φωτογραφία τριγωνικού εκχειλιστή



Παροχή τριγωνικού εκχειλιστή



Όπως και στην προηγούμενη άσκηση έχουμε :

$$v = \sqrt{2g \cdot h}.$$

Το εμβαδόν της στοιχειώδους επιφάνειας

$$dS = b \cdot dh = 2(H - h) \cdot \tan \theta \cdot dh$$

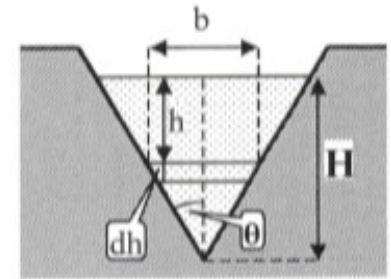
Επομένως η παροχή του νερού που διέρχεται από τη στοιχειώδη αυτή επιφάνεια είναι :

$$dQ = v \cdot dS = \sqrt{2g \cdot h} \cdot 2(H - h) \cdot \tan \theta \cdot dh = 2\sqrt{2g} \cdot \tan \theta (H \cdot h^{1/2} - h^{3/2}) \cdot dh.$$

Ολοκληρώνοντας από $h = 0$ μέχρι $h = H$ έχουμε τη συνολική θεωρητική παροχή του εκχειλιστή

$$Q = 2\sqrt{2g} \cdot \tan \theta \cdot \int_0^H (H \cdot h^{1/2} - h^{3/2}) \cdot dh = \frac{8}{15} \cdot \sqrt{2g} \cdot \tan \theta \cdot H^{5/2}. \quad (5.6)$$

Άσκηση: Νερό ρέει σε ανοικτό κανάλι. Διέρχεται διαδοχικά από τριγωνικό υπερχειλιστή γωνίας 60°, με ύψος 0.5 m, και στη συνέχεια, σε μεγάλη απόσταση κατόντη, από ορθογωνικό υπερχειλιστή πλάτους 1.5 m. Ποιο είναι το ύψος με το οποίο διέρχεται από τον δεύτερο; Να θεωρηθεί ότι οι σχετικοί συντελεστές είναι 1.



Παροχή από τον τριγωνικό εκχειλιστή:

$$Q = 2\sqrt{2g} \cdot \tan \theta \cdot \int_0^H (H \cdot h^{1/2} - h^{3/2}) \cdot dh = \frac{8}{15} \cdot \sqrt{2g} \cdot \tan \theta \cdot H^{5/2}$$

| | | | | | | | |
|----------|--------------------|---|---------------------|---|---------|-----|--------------------------|
| Q= | 2.362372 | * | 1.732047269 | * | 0.17678 | = | 0.7233 m ³ /s |
| | (8/15)*sqrt(19.62) | | tan(60*3.14159/180) | | H^(5/2) | | |
| H^(3/2)= | 1.084986 | / | 6.644170377 | = | 0.1633 | άρα | H= 0.2988 m |
| | (3/2) Q | | Bsqrt(19.62) | | | | |

Ύψος στον ορθογωνικό εκχειλιστή από την παροχή:

$$Q_{\text{θεωρ}} = B \cdot \sqrt{2g} \cdot \int_0^H h^{1/2} dh = \frac{2}{3} B \cdot \sqrt{2g} \cdot H^{3/2}$$

Άσκηση: Νερό ρέει σε ανοικτό κανάλι, και διέρχεται διαδοχικά από τριγωνικό υπερχειλιστή γωνίας $2\theta = 90^\circ$, με ύψος 30cm πάνω από την ραχιαία πλευρά του υπερχειλιστή. Ο συντελεστής του εκχειλιστή είναι $C_d=0.7$. Να υπολογιστεί η ογκομετρική παροχή του νερού, καθώς και το σφάλμα μέτρησής της, εάν το σφάλμα μέτρησης της γωνίας είναι $\Delta\theta = \pm 1^\circ$ και το σφάλμα μέτρησης του βάθους της ροής είναι $\Delta H = \pm 0.5\text{cm}$.

$$Q = C_d \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan \theta * H^{5/2} = 0.7 * \frac{8}{15} \sqrt{19.62} \tan(45^\circ) * 0.3^{5/2} = 0.0815 \text{ m}^3/\text{s} = 81.5 \text{ l/s}$$

Το μέγιστο πιθανό σφάλμα είναι:
$$\max[\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n)] = \sum_1^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i \right|$$

Για διευκόλυνση των υπολογισμών μπορούμε να αντικαταστήσουμε τις σταθερές τιμές με:

$$C = C_d \frac{8}{15} \sqrt{2g} = 1.654$$

Οπότε είναι:
$$Q = C_d \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan \theta * H^{5/2} = C \tan \theta * H^{5/2}$$

Οι μερικές παράγωγοι που θα χρειαστούν στον προσδιορισμό του μέγιστου σφάλματος:

$$\frac{\partial Q}{\partial \theta} = C H^{5/2} \frac{d \tan \theta}{d \theta} = C H^{5/2} \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1.654 * 0.3^{5/2} * \frac{1}{\cos^2 45} = 0.16303$$

$$\frac{\partial Q}{\partial H} = C \tan \theta \frac{d H^{5/2}}{d H} = C \tan \theta \left(\frac{5}{2} H^{3/2} \right) = 1.654 * 1 * \frac{5}{2} = 0.16432$$

Οπότε το σφάλμα:

$$\Delta Q = \frac{\partial Q}{\partial \theta} \Delta \theta + \frac{\partial Q}{\partial H} \Delta H = 0.16303 * 1 * \frac{\pi}{180} + 0.16432 * 0.005 = 0.003667 \text{ m}^3/\text{s} = 3.67 \text{ l/s}$$

(όπου το $\Delta\theta=1^\circ$ έχει μετατραπεί σε ακτίνια, διότι αυτή είναι η μονάδα των γωνιών στους αλγεβρικούς υπολογισμούς)

Ακροφύσια ροής - πλωτηρόμετρα

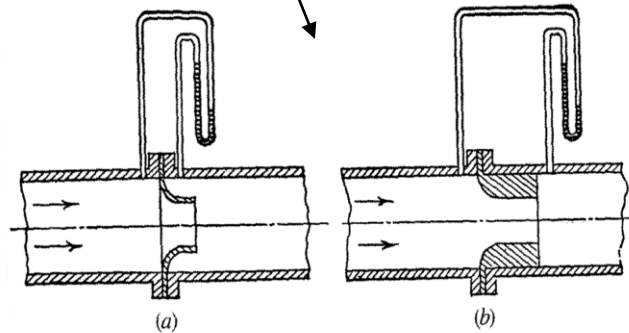
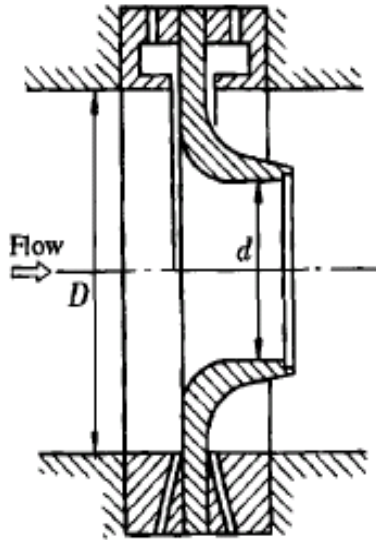
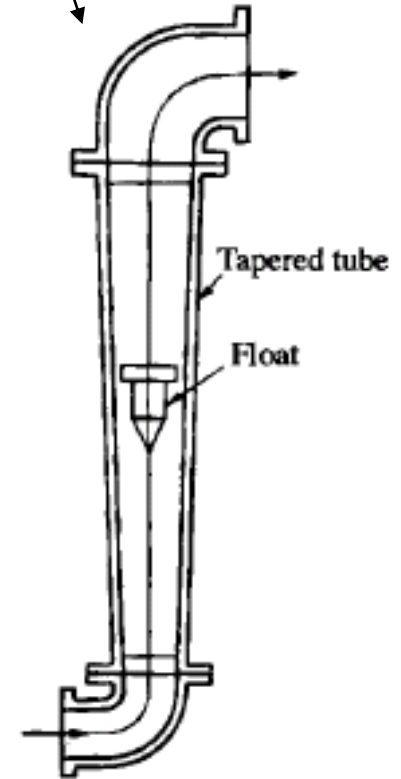


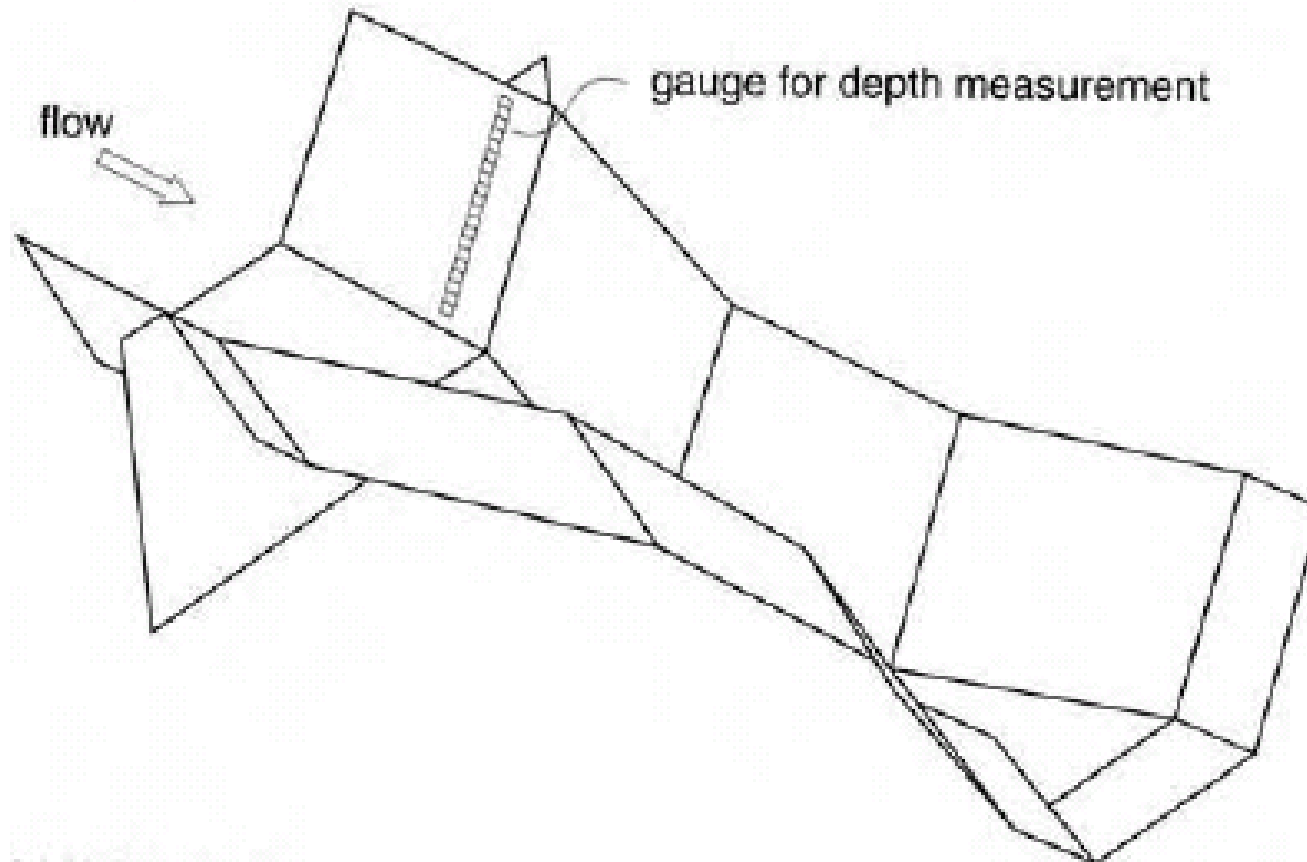
FIGURE 12.8 Flow nozzles. (a) Spun type. (b) Thick-plate type.



Τα ακροφύσια ροής είναι μετρητές παροχής που η λειτουργία τους βασίζεται στην ίδια αρχή με τους μετρητές τύπου Venturi. Το ακροφύσιο είναι λιγότερο δαπανηρό έχει όμως μεγάλες ολικές απώλειες.

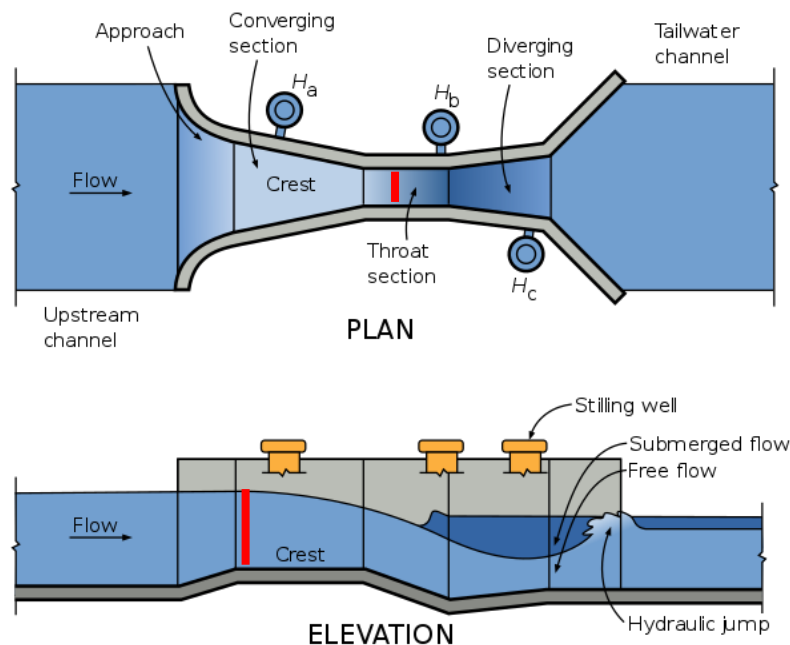
$$Q = C \cdot A_2 \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho}}$$

Παράδειγμα μετρητή ροής: Washington state flume



(c) WSC flume

Μετρητής ροής Parshall



Πλεονεκτήματα:

Ακρίβεια ακόμα και με μικρό φορτίο
Μικρή επιρροή της ταχύτητας προσπέλασης
Ακρίβεια και όταν ο μετρητής είναι βυθισμένος
Απουσία φερτών λόγω μεγάλης ταχύτητας

$$Q = 0,372W(3,281H_a)^{1,57}W^{0,026}$$