ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Γ. ΠΑΠΑΕΥΑΓΓΕΛΟΥ, ΤΑΤΜ, ΑΠΘ

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

- ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ
- ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ
- ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ
- ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΔΟΧΕΙΟ ΣΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ
- ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
- ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ - ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ

Το κεφάλαιο της μηχανικής των ρευστών που εξετάζει ρευστά, τα οποία βρίσκονται σε ακινησία, ονομάζεται **υδροστατική**. Στην περίπτωση αυτή, δηλαδή όταν $v_1 = v_2 = v_3 = 0$, οι εξισώσεις Navier-Stokes απλοποιούνται και παίρνουν τη μορφή

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \rho . f_1 , \quad \frac{\partial p}{\partial x_2} = \rho . f_2 , \quad \frac{\partial p}{\partial x_3} = \rho . f_3 . \qquad (4.1)$$

$$\rho\frac{\partial v_1}{\partial t}+\rho v_1\frac{\partial v_1}{\partial x_1}+\rho v_2\frac{\partial v_1}{\partial x_2}+\rho v_3\frac{\partial v_1}{\partial x_3}=\rho f_1-\frac{\partial p}{\partial x_1}+\mu\left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2}\right)$$

$$\rho\frac{\partial v_2}{\partial t}+\rho v_1\frac{\partial v_2}{\partial x_1}+\rho v_2\frac{\partial v_2}{\partial x_2}+\rho v_3\frac{\partial v_2}{\partial x_3}=\rho f_2-\frac{\partial p}{\partial x_2}+\mu\left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}\right)$$

$$\rho\frac{\partial v_3}{\partial t}+\rho v_1\frac{\partial v_3}{\partial x_1}+\rho v_2\frac{\partial v_3}{\partial x_2}+\rho v_3\frac{\partial v_3}{\partial x_3}=\rho f_3-\frac{\partial p}{\partial x_3}+\mu\left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2}\right)$$

Εξισώσεις Navier - Stokes (ασυμπίεστο ρευστό)

$$\cancel{\rho\frac{\partial v_1}{\partial t}}+\cancel{\rho v_1\frac{\partial v_1}{\partial x_1}}+\cancel{\rho v_2\frac{\partial v_1}{\partial x_2}}+\cancel{\rho v_3\frac{\partial v_1}{\partial x_3}}=\rho f_1-\frac{\partial p}{\partial x_1}+\cancel{\mu\left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_3^2}\right)}$$

$$\cancel{\rho\frac{\partial v_2}{\partial t}}+\cancel{\rho v_1\frac{\partial v_2}{\partial x_1}}+\cancel{\rho v_2\frac{\partial v_2}{\partial x_2}}+\cancel{\rho v_3\frac{\partial v_2}{\partial x_3}}=\rho f_2-\frac{\partial p}{\partial x_2}+\cancel{\mu\left(\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 v_2}{\partial x_3^2}\right)}$$

$$\cancel{\rho\frac{\partial v_3}{\partial t}}+\cancel{\rho v_1\frac{\partial v_3}{\partial x_1}}+\cancel{\rho v_2\frac{\partial v_3}{\partial x_2}}+\cancel{\rho v_3\frac{\partial v_3}{\partial x_3}}=\rho f_3-\frac{\partial p}{\partial x_3}+\cancel{\mu\left(\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 v_3}{\partial x_3^2}\right)}$$

— Μηδενισμός λόγω μηδενικών ταχυτήτων κατά x1, x2 και x3

ΑΠΛΟΠΟΊΗΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΏΣΕΩΝ NAVIER – STOKES ΣΕ ΑΚΙΝΗΤΟ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΟ ΡΕΥΣΤΟ

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΑΣΥΜΠΙΕΣΤΑ ΡΕΥΣΤΑ

Το κεφάλαιο της μηχανικής των ρευστών που εξετάζει ρευστά, τα οποία βρίσκονται σε ακινησία, ονομάζεται **υδροστατική**. Στην περίπτωση αυτή, δηλαδή όταν $v_1 = v_2 = v_3 = 0$, οι εξισώσεις Navier-Stokes απλοποιούνται και παίρνουν τη μορφή

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \rho . f_1 , \quad \frac{\partial p}{\partial x_2} = \rho . f_2 , \quad \frac{\partial p}{\partial x_3} = \rho . f_3 . \tag{4.1}$$

Αν θεωρήσουμε τώρα ότι ο άξονας x_3 είναι κατακόρυφος, θα έχουμε

$$f_3 = -g \text{ και } f_1 = f_2 = 0.$$

Οι εξισώσεις (4.1) γράφονται λοιπόν

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = -\rho . g , \quad \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0. \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = -\rho.g, \quad \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial p}{\partial x_2} = 0. \tag{4.2}$$

Βλέπουμε ότι η πίεση είναι ανεξάρτητη από τα x_1 και x_2 και εξαρτάται μόνο από το x_3. Δηλαδή

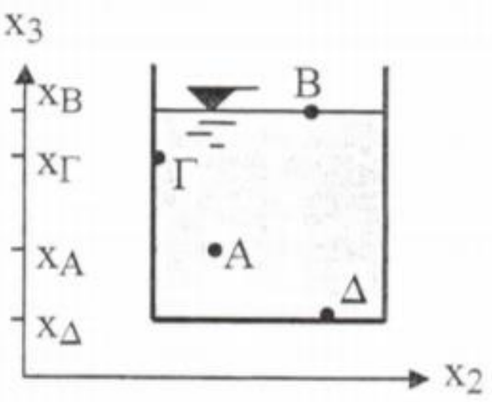
$$p = -\rho.g.x_3 + c, \tag{4.3}$$

όπου c μια σταθερά που θα προσδιοριστεί από τις οριακές συνθήκες του κάθε προβλήματος.

Από τη σχέση (4.3) εύκολα φαίνεται ότι **η ελεύθερη επιφάνεια ενός ρευστού, που βρίσκεται σε ακινησία μέσα σε ένα δοχείο, είναι οριζόντια**.

(Στην ελεύθερη επιφάνεια p = ατμοσφαιρική πίεση = σταθερά και συνεπώς x_3 = σταθερά).

Αν τώρα θελήσουμε να βρούμε τη σταθερά c της εξίσωσης (4.3), δεν έχουμε παρά να θέσουμε $x_3 = x_B$ και $p = p_{ατμοσφαιρική} = 0$ μια και η ατμοσφαιρική πίεση (μετρείται από βαρόμετρα και στο επίπεδο της θάλασσας είναι $p_{ατμοσφαιρική}$ = 101.3 kN/m^2 = 760 mm υδραργύρου = 10.35 m νερού) θεωρείται πίεση αναφοράς και τίθεται συνήθως ίση με το μηδέν.



$$c = ρ.g.x_B.$$

Επομένως η πίεση στο σημείο Α του δοχείου του σχήματος είναι

$$p_A = -ρ.g.x_A + ρ.g.x_B = \mathbf{ρ.g.(x_B - x_A)}\ . \qquad (4.4)$$

Δηλαδή, **η πίεση στο σημείο Α θα είναι ίση με το βάρος της στήλης ρευστού από το σημείο Α μέχρι την ελεύθερη επιφάνεια**.

Μια και το ρευστό βρίσκεται σε ακινησία οι καταστατικές εξισώσεις (3.51) θα πάρουν την παρακάτω μορφή.

$$\tau_{11} = \tau_{22} = \tau_{33} = -p \qquad \text{και} \qquad \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0.$$

$$\tau_{11} = -p - \frac{2}{3}\mu\cancel{(e_{11} + e_{22} + e_{33})} + \cancel{2\mu e_{11}}$$

$$\tau_{22} = -p - \frac{2}{3}\mu\cancel{(e_{11} + e_{22} + e_{33})} + \cancel{2\mu e_{22}}$$

$$\tau_{33} = -p - \frac{2}{3}\mu\cancel{(e_{11} + e_{22} + e_{33})} + \cancel{2\mu e_{33}}$$

$$\tau_{12} = \tau_{21} = \cancel{2\mu e_{12}} \qquad \tau_{13} = \tau_{31} = \cancel{2\mu e_{13}} \qquad \tau_{23} = \tau_{32} = \cancel{2\mu e_{23}}$$

(Ακινησία = απουσία παραμορφώσεων)

Έτσι, η τάση που ενεργεί στο σημείο Γ, το οποίο βρίσκεται στο τοίχωμα του δοχείου, θα είναι

$$\tau_{22} = -p_{\Gamma} = -\rho.g.(x_B - x_{\Gamma}).$$

Δηλαδή η πίεση εξαρτάται μόνο από το βάθος και όχι από τη θέση

Υπενθυμίζεται ότι η τάση τ22 είναι αυτή που δρά στο επίπεδο 1-3 κατά τη διεύθυνση του άξονα 2. Ιση τιμή έχουν και οι υπόλοιπες ορθές τάσεις τ11 και τ33, δηλαδή και προς το επίπεδο το κάθετο προς το σχήμα, και προς το νοητό επίπεδο του νερού.

Είναι φανερό ότι η τ_{22} (δες διεύθυνση αξόνων) είναι κάθετη προς το τοίχωμα. Τέλος η τάση που ενεργεί στο σημείο Δ του πυθμένα θα είναι

$$\tau_{33} = -p_{\Delta} = -\rho.g.(x_B - x_{\Delta}).$$

και θα είναι κάθετη στον πυθμένα του δοχείου.

Από τα παραπάνω είναι φανερό ότι **η πίεση μέσα σε ένα ρευστό αυξάνει γραμμικά συναρτήσει του βάθους.**

ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

Να βρεθεί η τάση που ενεργεί πάνω στη στοιχειώδη επιφάνεια dA, η οποία έχει τυχαίο προσανατολισμό και βρίσκεται στη θέση x_A. (Δες προηγούμενο σχήμα).

Λύση.

Από τα προηγούμενα βγαίνει εύκολα το συμπέρασμα ότι για το σημείο A θα έχουμε

$$\tau_{11} = \tau_{22} = \tau_{33} = -\rho.g.(x_B - x_A) \qquad\qquad \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0.$$

Αν τώρα n_1, n_2, n_3 είναι τα συνημίτονα κατεύθυνσης του μοναδιαίου διανύσματος του κάθετου στη στοιχειώδη επιφάνεια dS και T_1, T_2, T_3 οι

ΠΙΕΣΗ ΣΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ

τρεις συνιστώσες της ζητούμενης τάσης, από τις σχέσεις ισορροπίας (3.37) θα έχουμε :

$$T_1 = -\rho.g.(x_B - x_A).n_1, \quad T_2 = -\rho.g.(x_B - x_A).n_2, \quad T_3 = -\rho.g.(x_B - x_A).n_3.$$

Βλέπουμε λοιπόν ότι η ζητούμενη τάση είναι κάθετη προς τη στοιχειώδη επιφάνεια dA (ανεξάρτητα του προσανατολισμού της) και το μέτρο της είναι ίσο με την πίεση που αντιστοιχεί στο σημείο A.

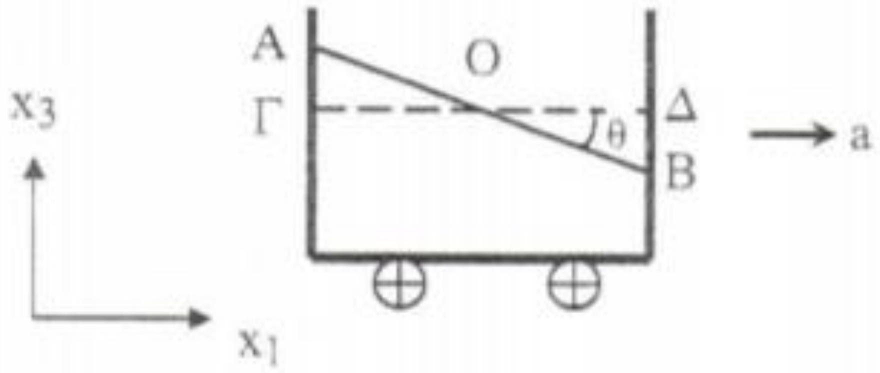
Γενικό συμπέρασμα.

Σε κάθε στοιχειώδες τμήμα επιφάνειας σώματος βυθισμένου σε ρευστό που βρίσκεται σε ακινησία, η δύναμη η οποία ενεργεί είναι κάθετη στη στοιχειώδη επιφάνεια και έχει μέτρο ίσο με την πίεση που αντιστοιχεί στο σημείο εκείνο πολλαπλασιασμένη επί τη στοιχειώδη επιφάνεια.

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΔΟΧΕΙΟ ΣΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

Ένα ορθογώνιο δοχείο που περιέχει νερό επιταχύνεται με επιτάχυνση a. Να βρεθεί η μορφή της ελεύθερης επιφάνειας του νερού, όταν πια όλα τα μόρια του θα έχουν αποκτήσει την ίδια επιτάχυνση.

Λύση.



Μετά την πάροδο αρκετού χρόνου (όλα τα μόρια του νερού θα κινούνται με την ίδια επιτάχυνση) και **για έναν παρατηρητή που βρίσκεται πάνω στο**

ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΔΟΧΕΙΟ ΣΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

σχημα, το νερό θα εμφανίζεται ότι βρίσκεται σε ακινησία. Έτσι, οι εξισώσεις Navier-Stokes θα πάρουν τη μορφή ($v_1 = v_2 = v_3 = 0$)

άξονας κίνησης

Κατακόρυφος άξονας

$$0 = \rho.f_1 - \frac{\partial p}{\partial x_1}, \quad 0 = \frac{\partial p}{\partial x_2}, \quad 0 = \rho.f_3 - \frac{\partial p}{\partial x_3}.$$

Είναι φανερό ότι f_1=-a (αδράνεια που αισθάνεται ο κινούμενος παρατηρητής) και f_3=-g . Έτσι έχουμε (η πίεση p ανεξάρτητη του x_3)

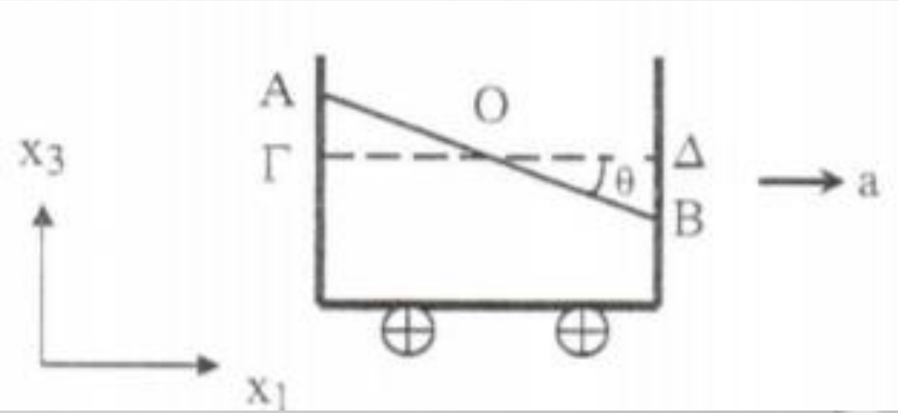
$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = -\rho.a \Rightarrow p = -\rho.a.x_1 + c(x_3).$$

(Ανεξάρτητη του x1)

Από την τρίτη εξίσωση τώρα (αντικαθιστώντας την τιμή του p), έχουμε

$$\frac{\partial c(x_3)}{\partial x_3} = -\rho.g \Rightarrow c(x_3) = -\rho.g.x_3 + c_1 \quad \text{άρα}$$

$$p = -\rho.a.x_1 - \rho.g.x_3 + c_1.$$



ΟΡΘΟΓΩΝΙΟ ΔΟΧΕΙΟ ΣΕ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

$$\frac{\partial c(x_3)}{\partial x_3} = -\rho.g \Rightarrow c(x_3) = -\rho.g.x_3 + c_1 \quad \text{άρα}$$

$$p = -\rho.a.x_1 - \rho.g.x_3 + c_1.$$

Στην ελεύθερη επιφάνεια η πίεση είναι ατμοσφαιρική και επομένως η εξίσωσή της θα ικανοποιεί τη σχέση

$$\rho.a.x_1 + \rho.g.x_3 = c_1 - p_{ατμ} .$$

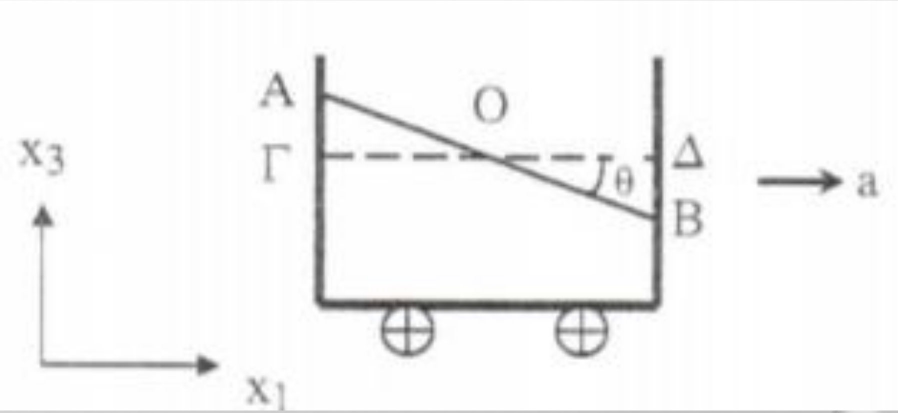
Δηλαδή, η ελεύθερη επιφάνεια θα είναι επίπεδη και θα έχει κλίση

$$\tan\theta = a / g .$$

Θεωρώντας ότι τα τοιχώματα του δοχείου είναι ψηλά (δεν χύθηκε νερό), φαίνεται εύκολα ότι

$$\text{τρίγωνο } (ΑΓΟ) = \text{τρίγωνο } (ΟΔΒ) .$$

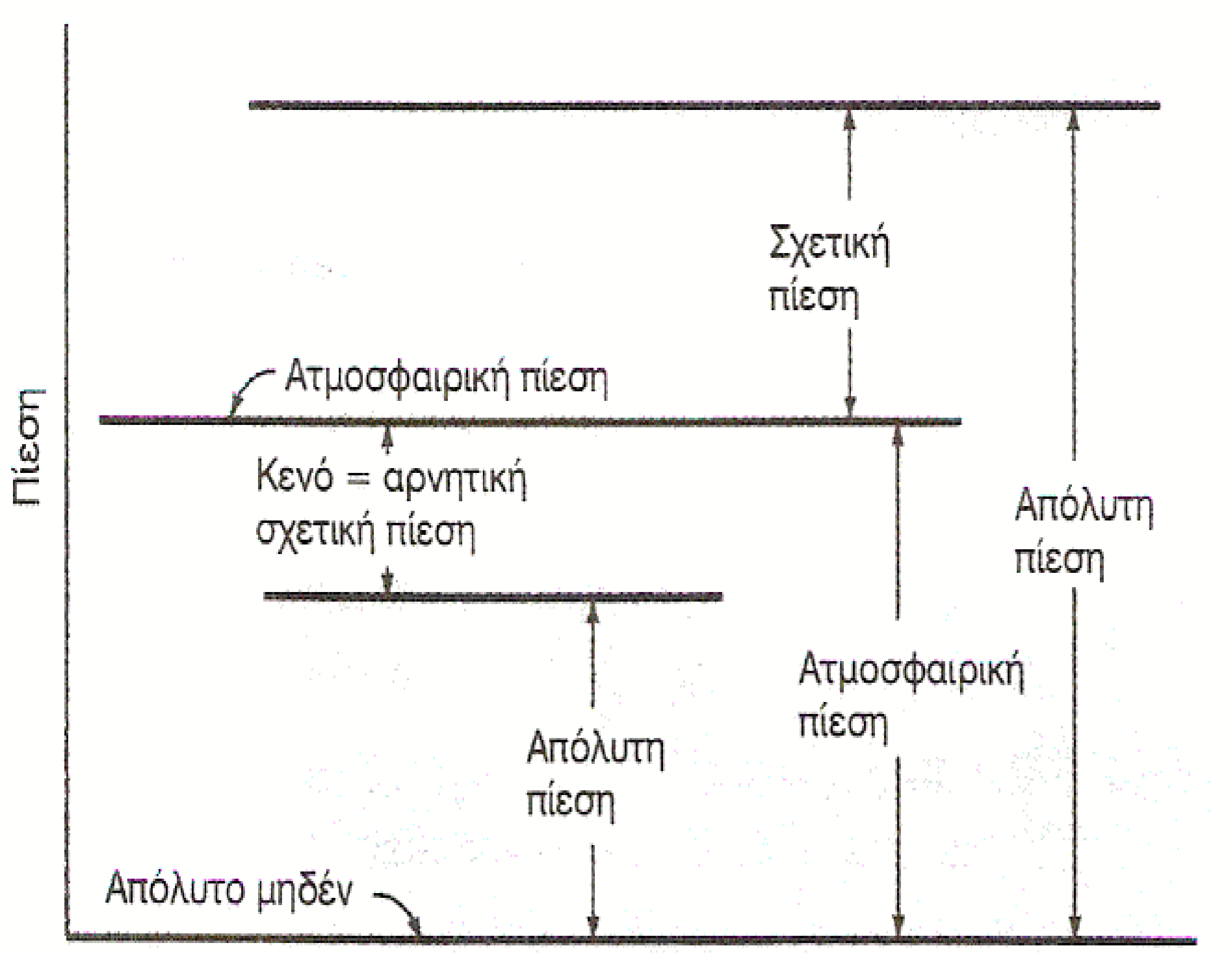
Επομένως το σημείο Ο είναι το μέσο της ΑΒ.



ΣΧΈΣΗ ΜΟΝΆΔΩΝ ΠΊΕΣΗΣ

Name of unit	Unit	Conversion
Pascal	Pa	$1\,Pa = 1\,N/m^2$
Bar	bar	$1\,bar = 0.1\,MPa$
Water column metre	mH_2O	$1\,mH_2O = 9\,806.65\,Pa$
Atmospheric pressure	atm	$1\,atm = 101\,325\,Pa$
Mercury column metre	mHg	$1\,mHg = 1/0.76\,atm$
Torr	torr	$1\,torr = 1\,mm\,Hg$

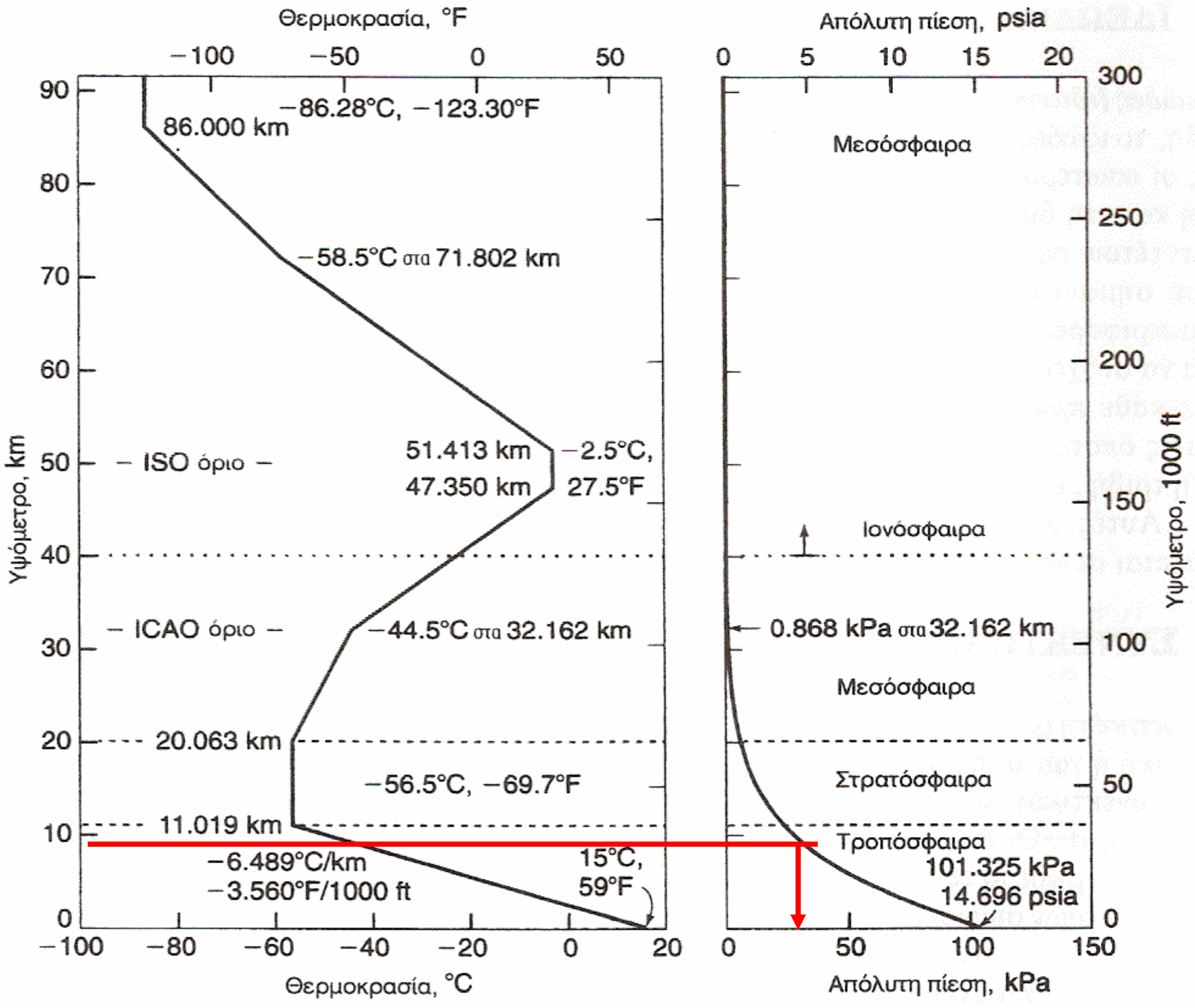
ΑΠΌΛΥΤΗ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΉ ΠΊΕΣΗ



Gauge pressure = Σχετική πίεση

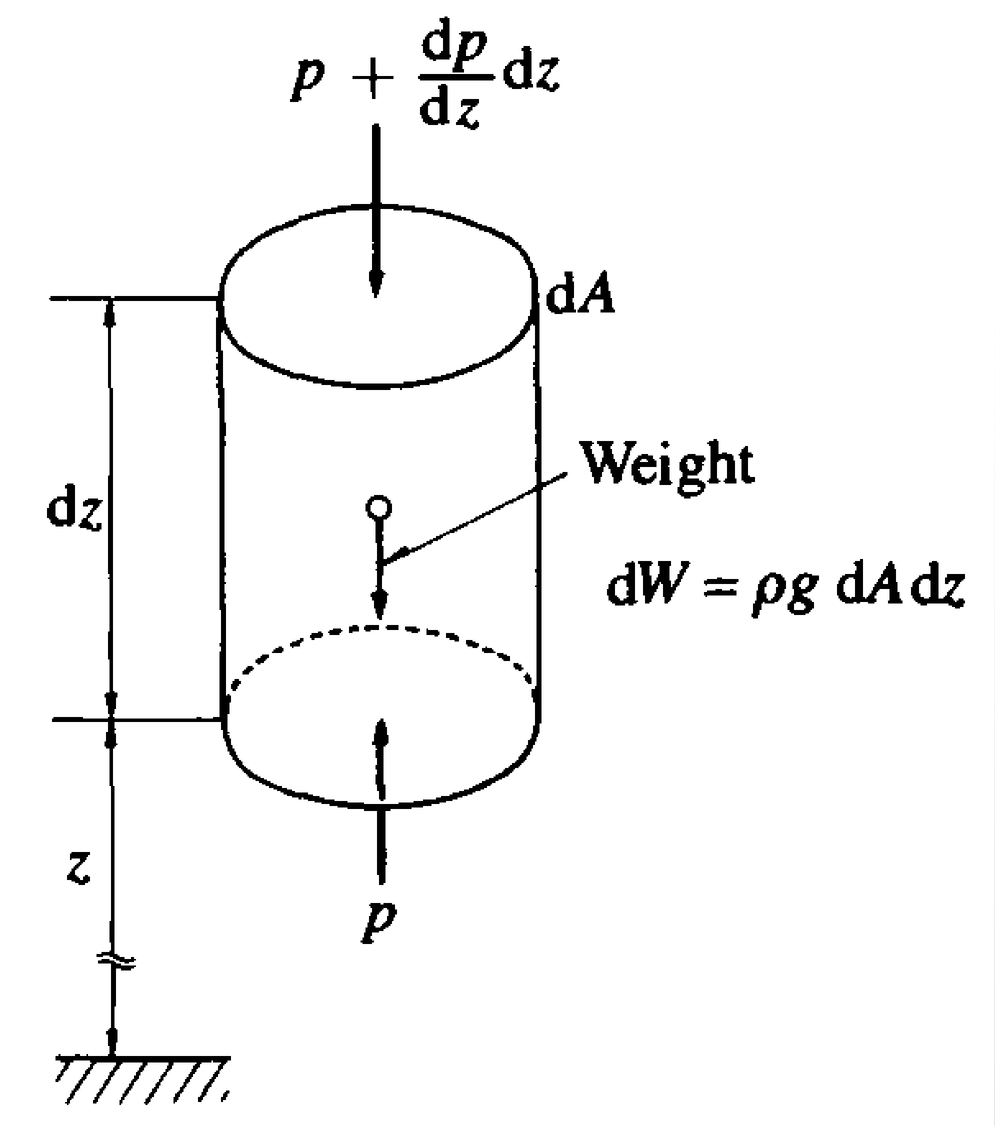
Απόλυτη πίεση = Σχετική + Ατμοσφαιρική = Σχετική + 10.322m νερού

Η ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΊΑ ΚΑΙ Η ΠΊΕΣΗ ΣΤΗΝ ΑΤΜΌΣΦΑΙΡΑ



ήμα 2.2 Η Πρότυπη Ατμόσφαιρα των Η.Π.Α, θερμοκρασία και κατανομή πίεσης.

ΜΕΤΑΒΟΛΉ ΠΊΕΣΗΣ ΣΕ ΣΤΑΤΙΚΌ ΡΕΥΣΤΌ



Σε κατακόρυφο κύλινδρο με στατικό ρευστό, το άθροισμα όλων των δυνάμεων κατά τον άξονα των z είναι μηδέν

$$p \, dA - \left(p + \frac{dp}{dz} dz\right) dA - \rho g \, dA \, dz = 0$$

Το οποίο μετά από επεξεργασία δίνει:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

Όλα τα σημεία ίσου ύψους έχουν την ίδια πίεση

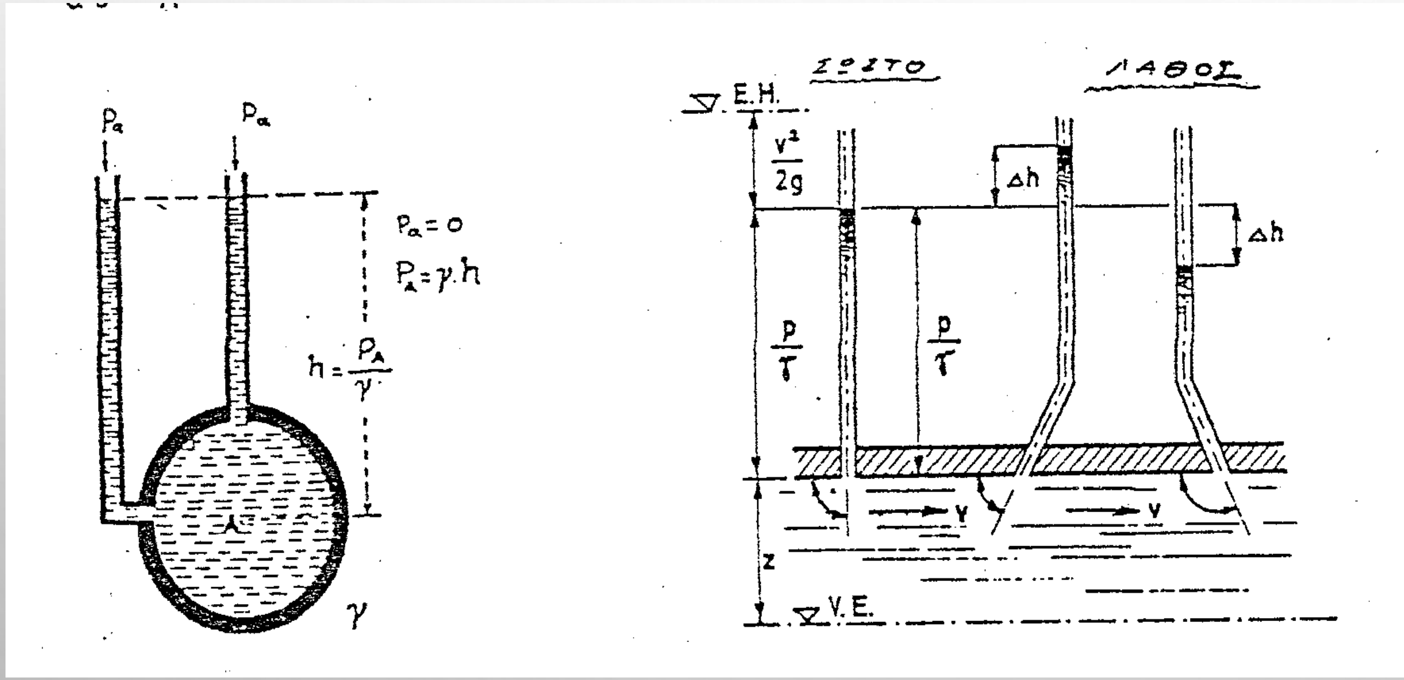
Και ορίζουν μία **ισοθλιπτική** ή ισοδύναμη επιφάνεια

ΠΙΕΖΟΜΕΤΡΙΚΉ ΣΤΉΛΗ

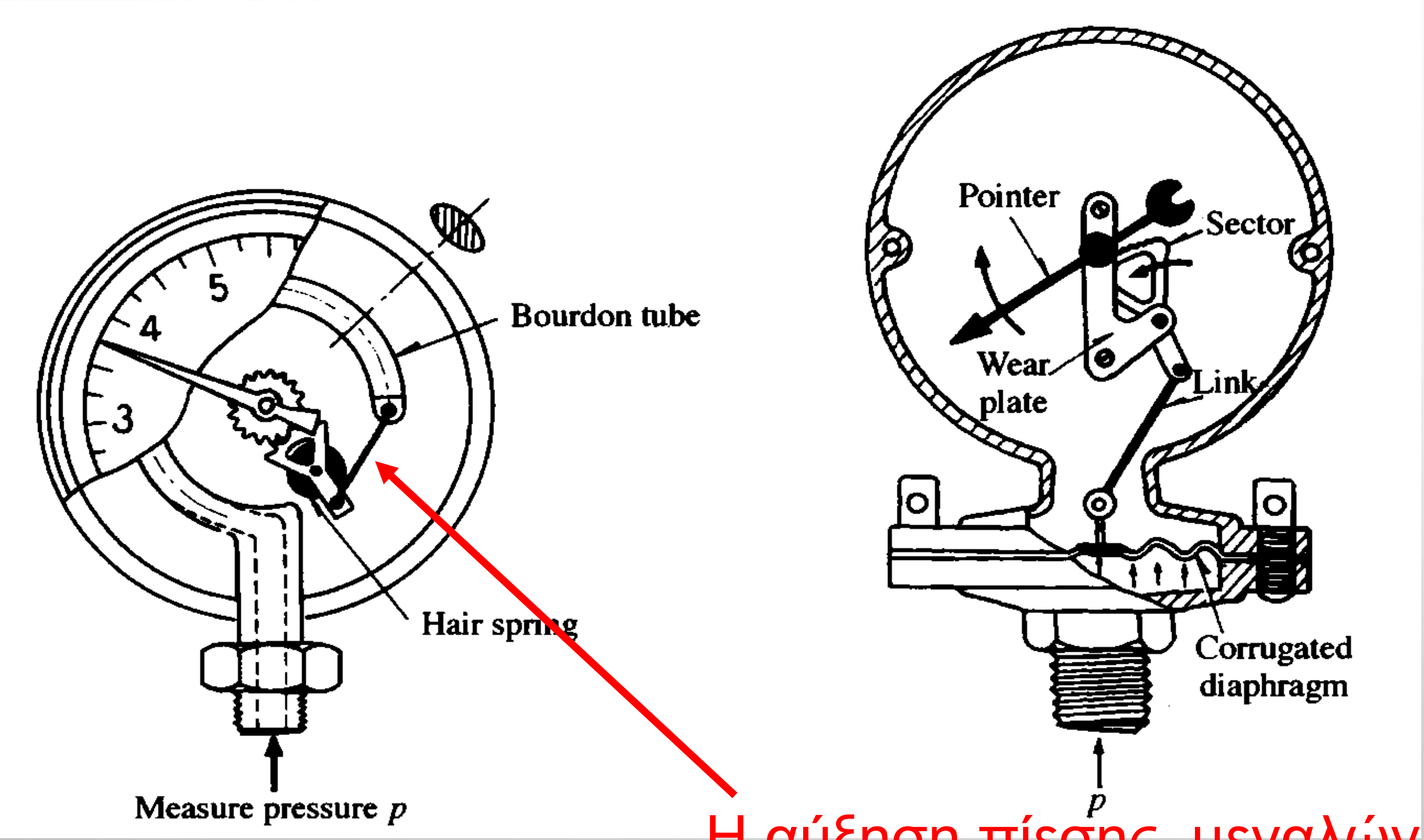
ΠΊΕΣΕΙΣ ΥΓΡΟΎ

ΔΙΆΜΕΤΡΟΣ > 12 ΜΜ (ΑΠΟΦΥΓΉ ΤΡΙΧΟΕΙΔΏΝ)

ΠΡΟΣΟΧΉ: ΣΕ ΡΈΟΝ ΡΕΥΣΤΌ, ΚΆΘΕΤΗ ΔΙΑΜΌΡΦΩΣΗ

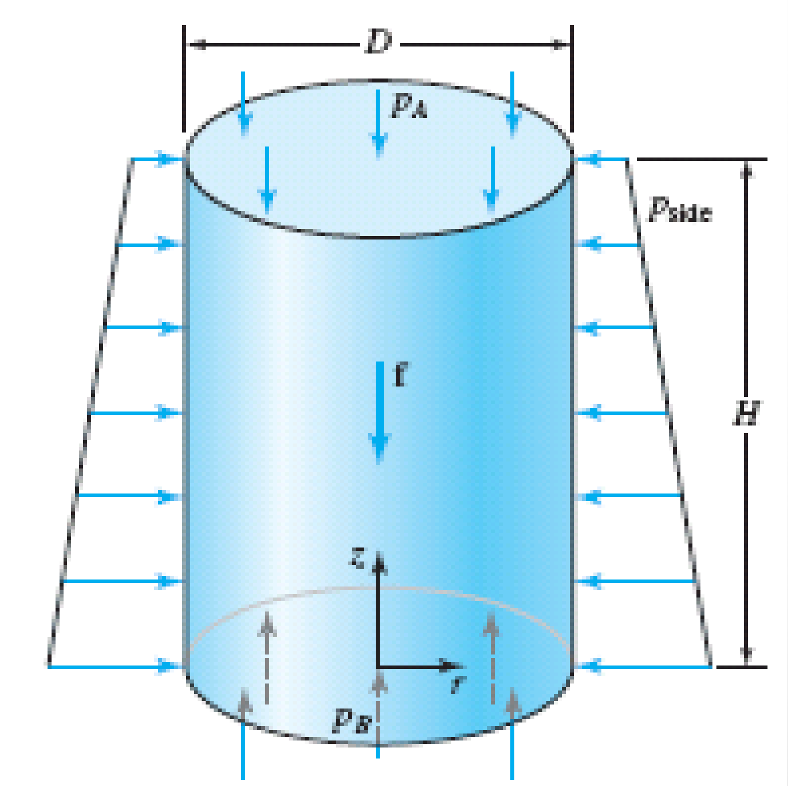


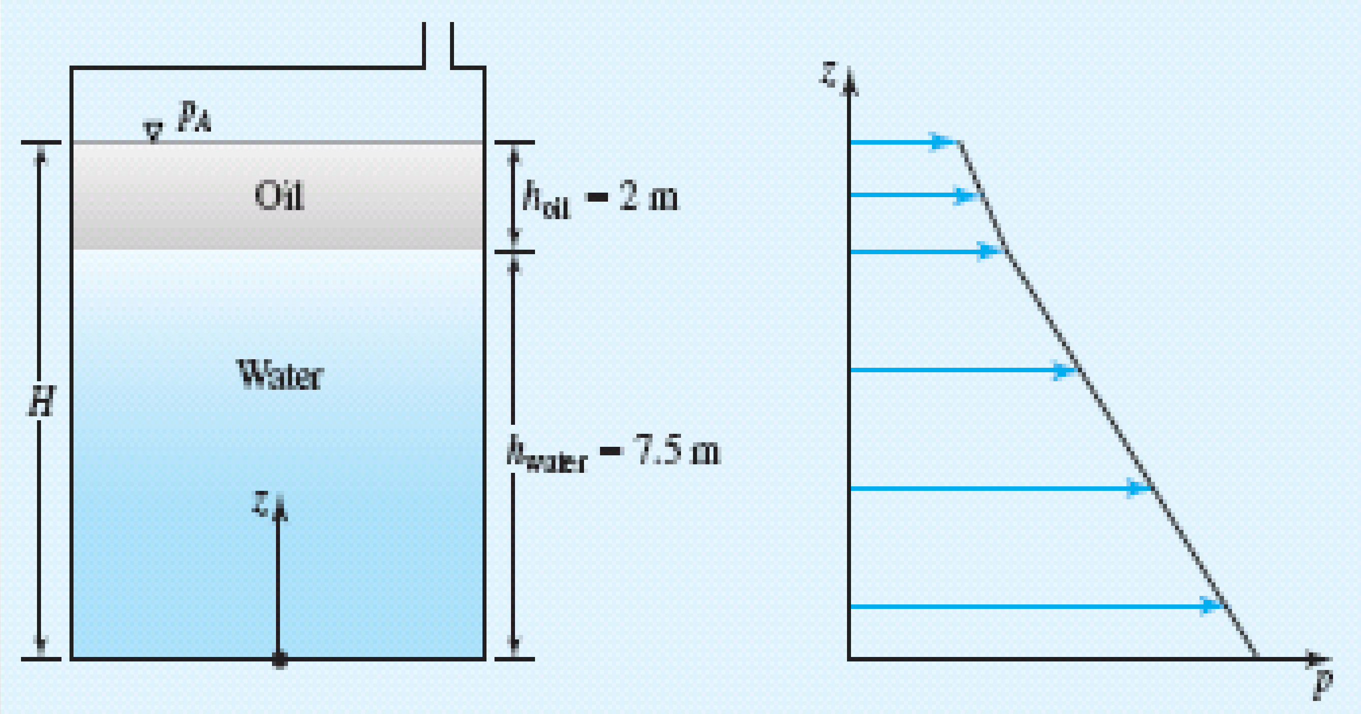
ΜΑΝΌΜΕΤΡΑ BOURDON ΚΑΙ ΔΙΑΦΡΑΓΜΑΤΙΚΌ



Η αύξηση πίεσης, μεγαλώνει τη διάμετρο, οπότε έλκει το άκρο

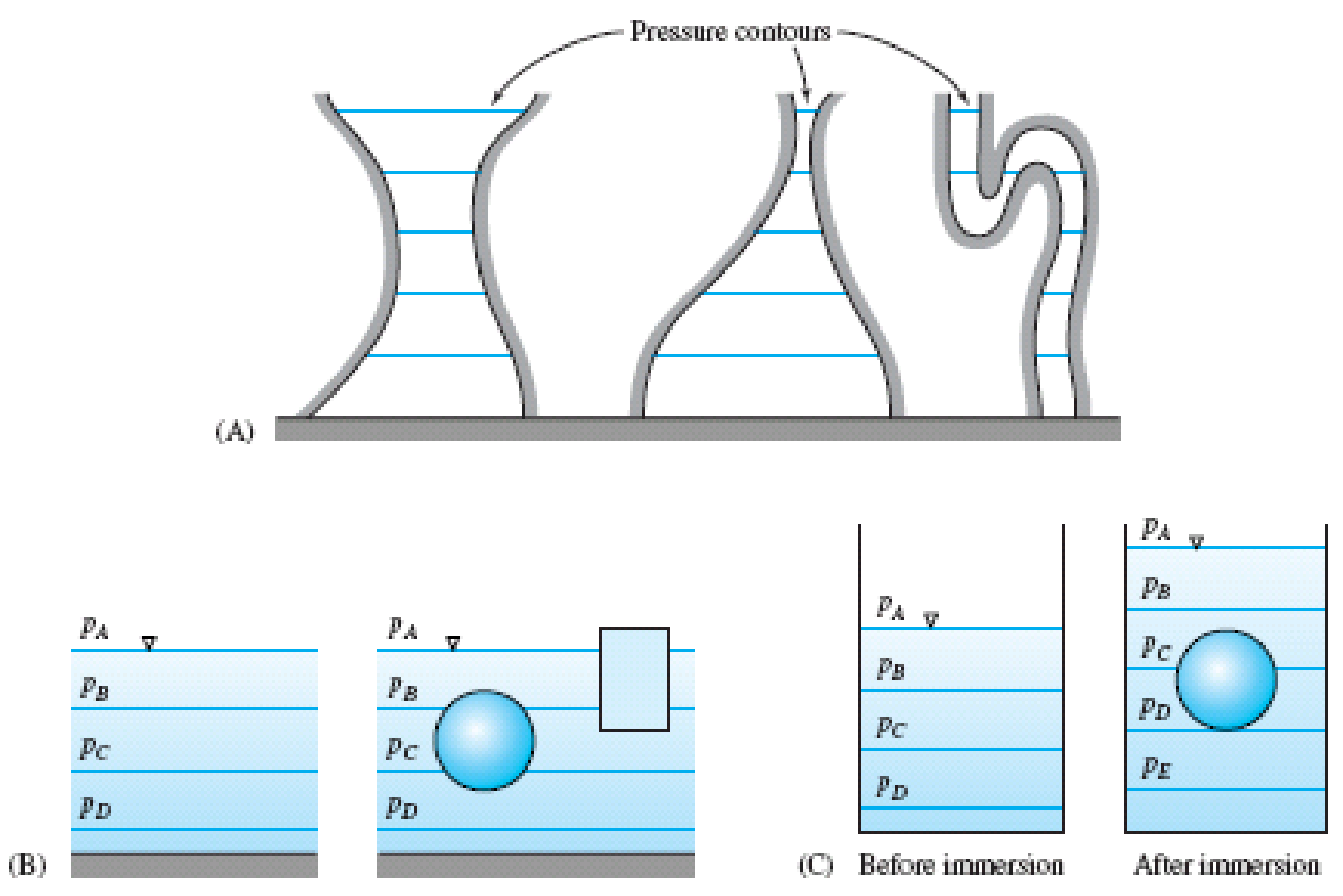
ΠΊΕΣΗ ΣΕ ΤΟΙΧΏΜΑΤΑ ΔΟΧΕΊΩΝ

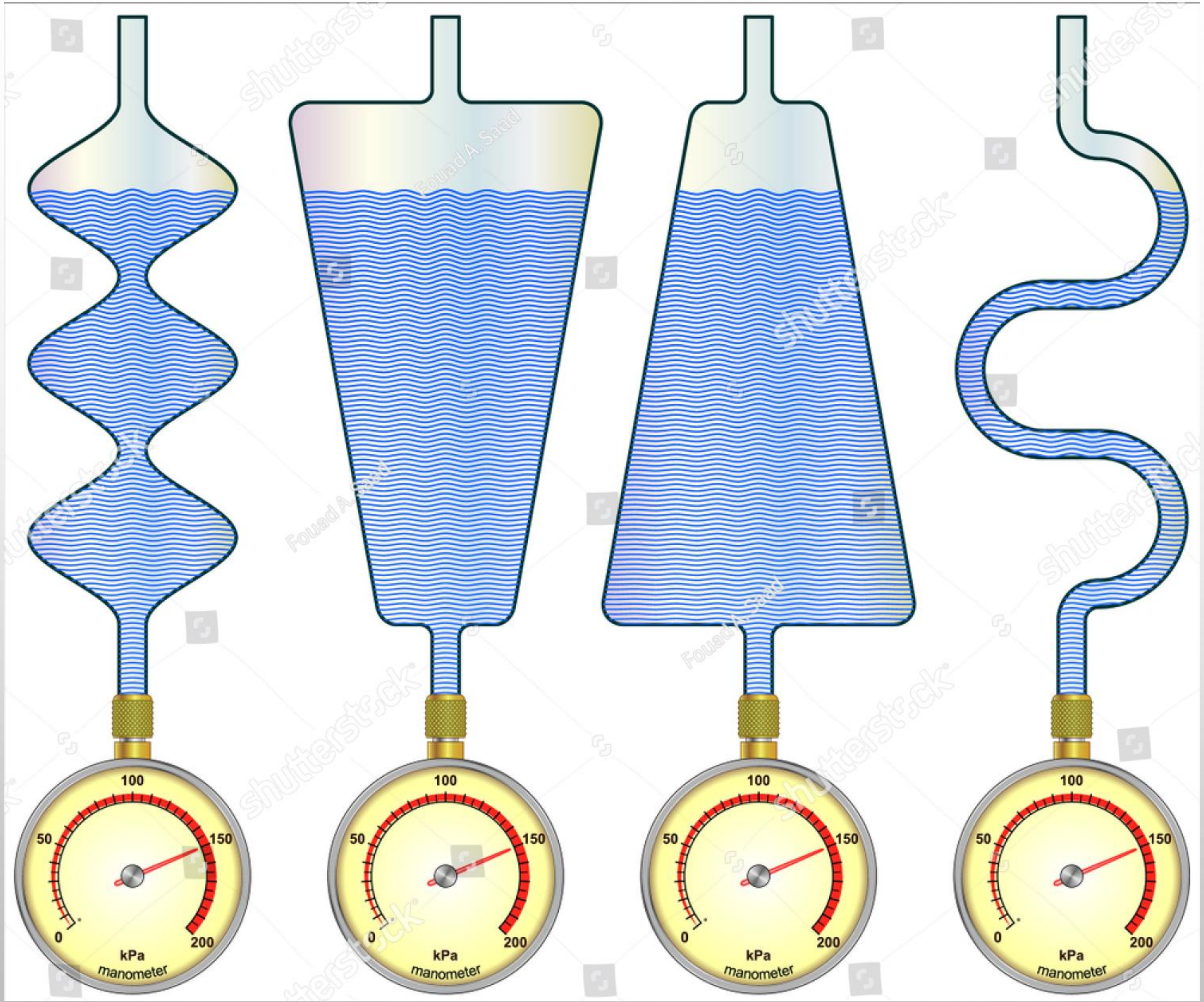




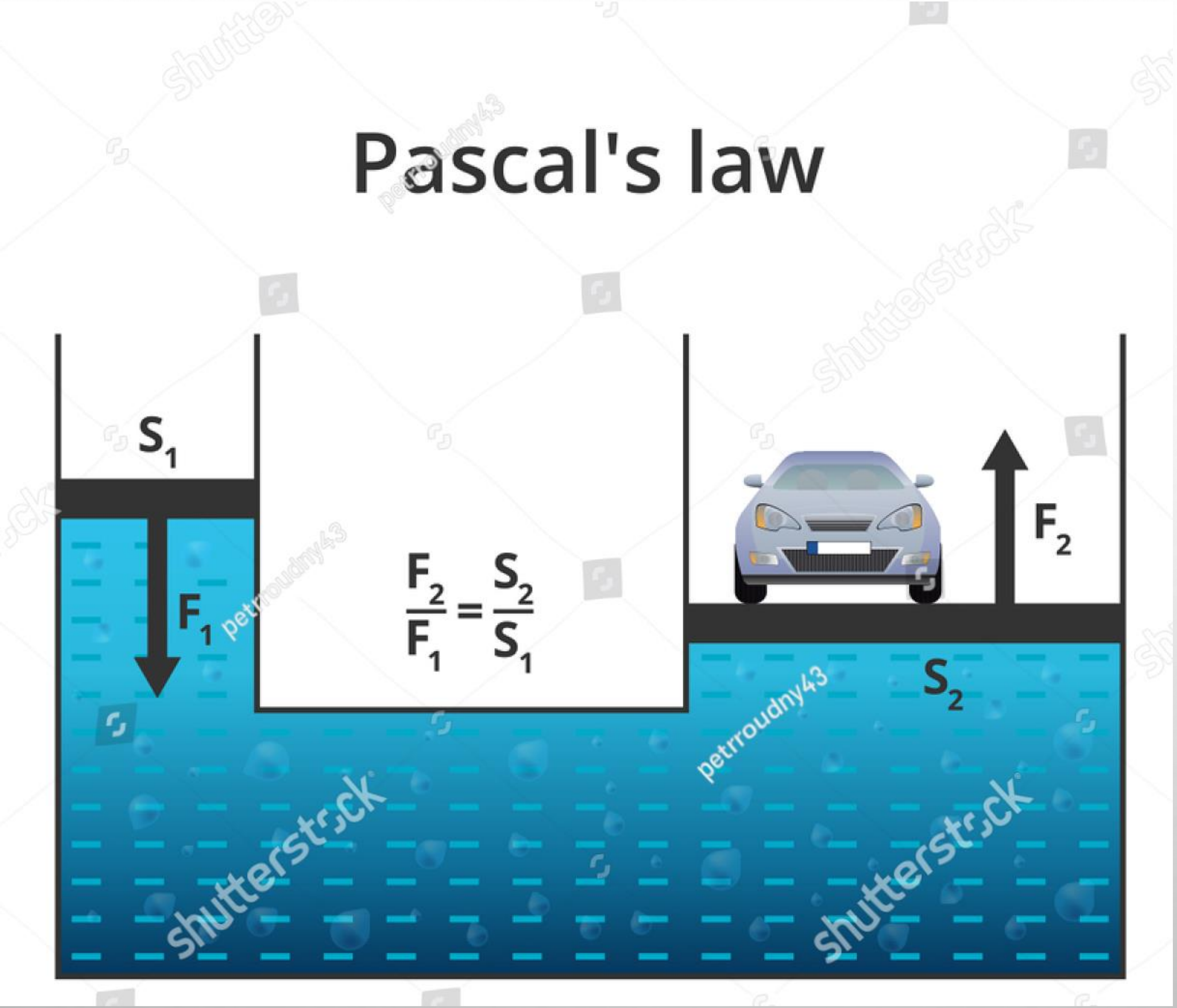
<u>Απόλυτη</u> ή σχετική πίεση??

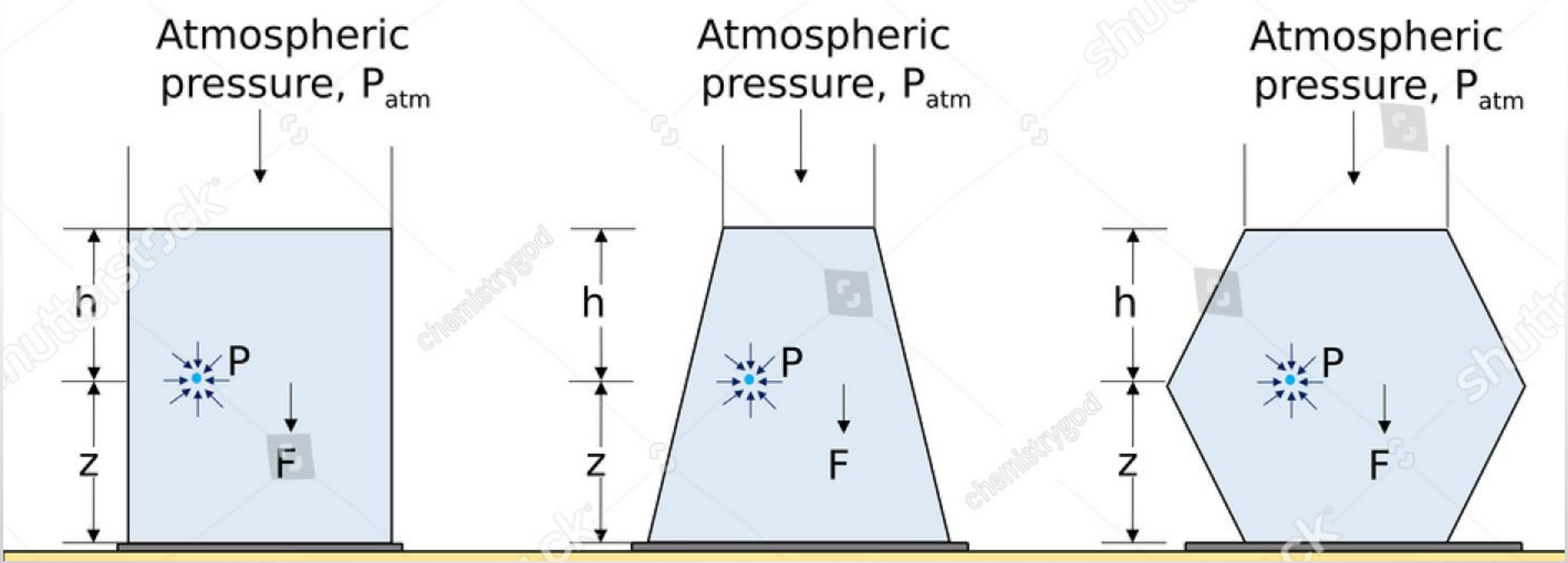
ΠΊΕΣΗ ΣΕ ΤΟΙΧΏΜΑΤΑ (Α) ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΟΛΉ ΠΊΕΣΗΣ ΛΌΓΩ ΒΎΘΙΣΗΣ ΣΏΜΑΤΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΈΝΟ ΌΓΚΟ



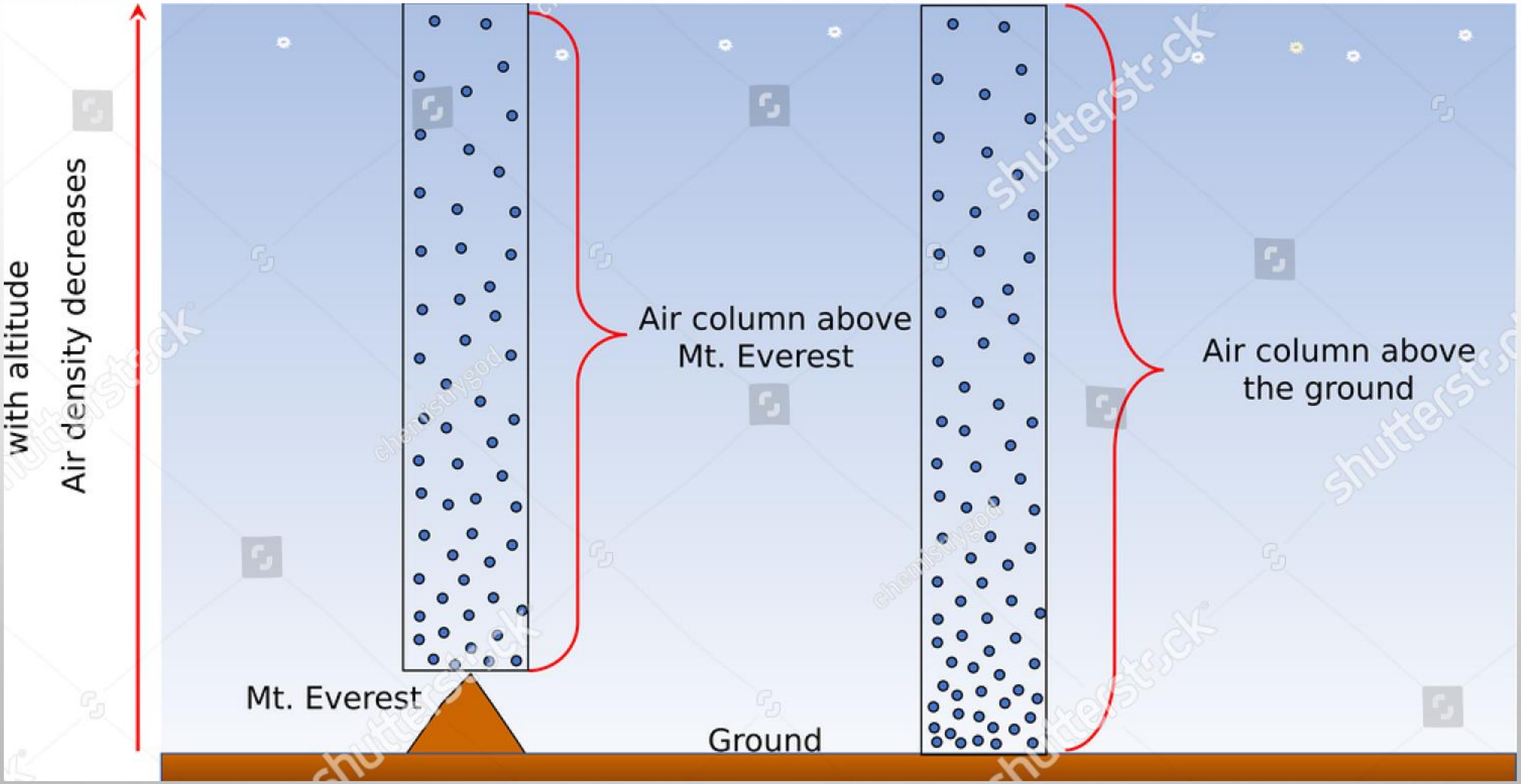


100
50
150
0
200
kPa
manometer
100
50
150
0
200
kPa
manometer
100
50
150
0
200
kPa
manometer
100
50
150
0
200
kPa
manometer
shutterstock
Fouad A. Saad

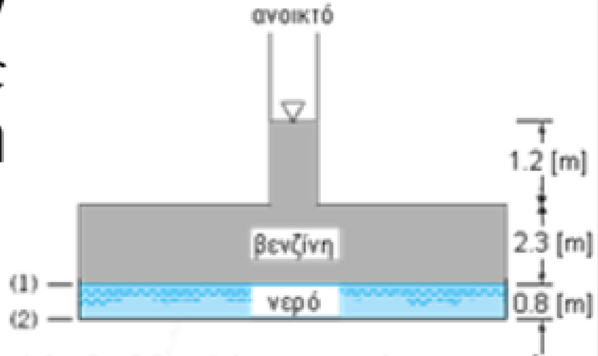

Pascal's law
S_1
F_1
$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}$
F_2
S_2



Atmospheric pressure, P_{atm}
h
z
P
F
Atmospheric pressure, P_{atm}
h
z
P
F
Atmospheric pressure, P_{atm}
h
z
P
F


Air density decreases
with altitude
Air column above
Mt. Everest
Air column above
the ground
Mt. Everest
Ground

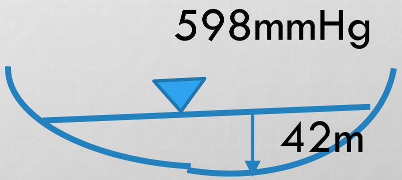
1. Σε δεξαμενή βενζίνης υπήρξε διαρροή νερού, το οποίο κατακάθισε στον πυθμένα της δεξαμενής, όπως φαίνεται στο σχήμα. *Υπολογίστε την πίεση σε [atm] στη διεπιφάνεια νερού–βενζίνης, και στον πυθμένα της δεξαμενής*, εάν η βενζίνη έχει ειδικό βάρος 7060 [Nm^{-3}]. **1.24, 1.32 [atm]**.



2. Μία λίμνη σε οροπέδιο έχει μέγιστο βάθος 42 [m]. Η βαρομετρική πίεση στο οροπέδιο είναι 598 [mmHg] (στήλης υδραργύρου) και το νερό έχει θερμοκρασία 12 [°C]. *Να υπολογιστεί η απόλυτη πίεση σε [bar] στο βαθύτερο σημείο της λίμνης*, όταν η πυκνότητα του υδραργύρου είναι 13529 [kg m^{-3}] και η πυκνότητα του νερού για 10 και 20 [°C] είναι 999.7 και 998.2 [kg m^{-3}], αντίστοιχα. **4.91 [bar]**.

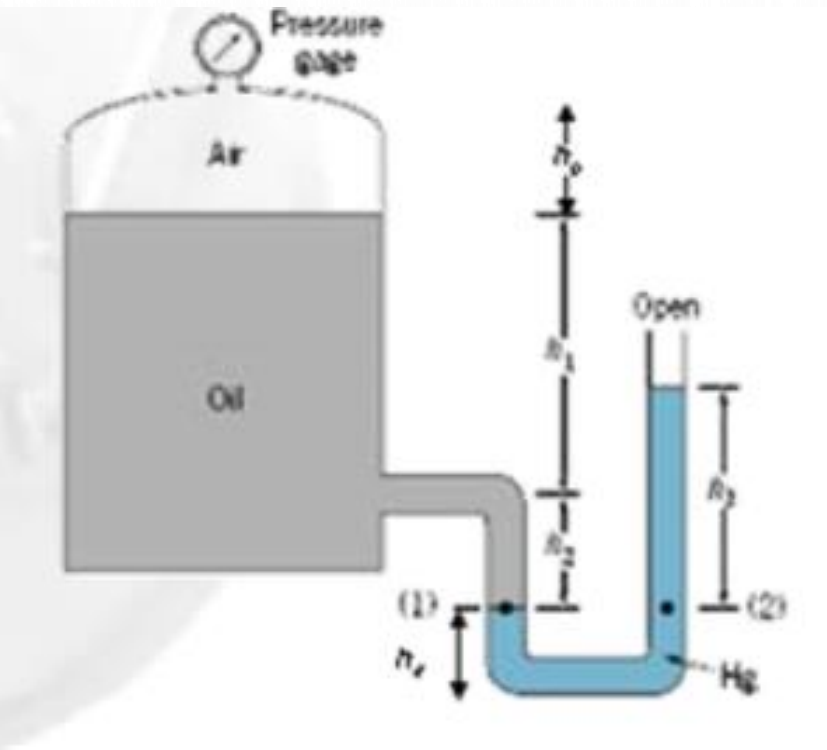
7060	9810	Nm-3	
3.5	0.8	N	
24710	7848	32558	Pa
0.243869	0.077454	0.321322	
1.243869		1.321322	
1atm=	101325	Pa	

999.7	1Torr=1mmHg=			133.3224	Pa
998.2	patm=	598*133.322 =		79726.78	Pa
1.5	ρgh=	999.4	42	411772.8	Pa
999.400	p =			491499.6	Pa
				4.914996	bar



Name of unit	Unit	Conversion
Pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2
Bar	bar	1 bar = 0.1 MPa
Water column metre	mH_2O	1 mH_2O = 9 806.65 Pa
Atmospheric pressure	atm	1 atm = 101 325 Pa
Mercury column metre	mHg	1 mHg = 1/0.76 atm
Torr	torr	1 torr = 1 mm Hg

Κλειστό δοχείο πίεσης βρίσκεται σε θερμοκρασία 20 [^oC] και περιέχει αέρα υπό πίεση και πετρέλαιο (σχετική πυκνότητα πετρελαίου=0.90). Το δοχείο συνδέεται με μανόμετρο τύπου U με υδράργυρο (σχετική πυκνότητα υδραργύρου=13.6), Τα διάφορα ύψη είναι h_0=1.3, h_1=5.6, h_2=0.75, h_3=2.8 και h_4=1.2 [m]. *Υπολογίστε την ένδειξη του μανόμετρου Bourdon στην κορυφή του δοχείου*. **4.1335 [atm], 1.32 [atm]**.



373564.8	474889.8	Pa
8829	60920.1	
	413969.7	Pa
	413954.3	Pa
	4.139543	bar

Name of unit	Unit	Conversion
Pascal	Pa	1 Pa = 1 N/m^2
Bar	bar	1 bar = 0.1 MPa
Water column metre	mH_2O	1 mH_2O = 9 806.65 Pa
Atmospheric pressure	atm	1 atm = 101 325 Pa
Mercury column metre	mHg	1 mHg = 1/0.76 atm
Torr	torr	1 torr = 1 mm Hg

Άσκηση 1

$$p = 50 + \gamma h = 50 + (12.34)(2.0) = 74.68\ \text{kN/m}^2 \quad \text{or} \quad 74.68\ \text{kPa}$$

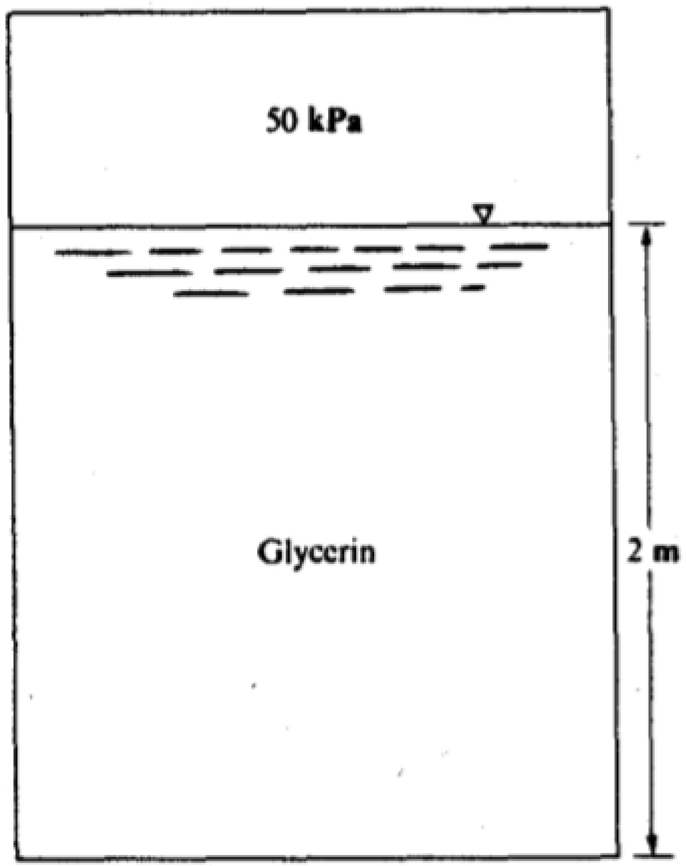


Fig. 2-2

Στη δεξαμενή του σχήματος που περιέχει γλυκερίνη ειδικής βαρύτητας 12.34, βρείτε την πίεση στον πυθμένα της. Ο αέρας που βρίσκεται πάνω από την γλυκερίνη είναι σε πίεση 50kPa.

Άσκηση 2

$p_A + \gamma_{air}h_{AC} - \gamma_{H_2O}h_{DC} - \gamma_{air}h_{DB} = p_B$, $98 + (0.0118)(5) - (9.790)(5-3) - (0.0118)(3) = p_B = 78.444$ **kPa.**
Neglecting air, $p_B = 98 - (9.790)(5-3) = 78.420$ **kPa; error** $= (78.444 - 78.420)/78.444 = 0.00031$**, or 0.031%.**

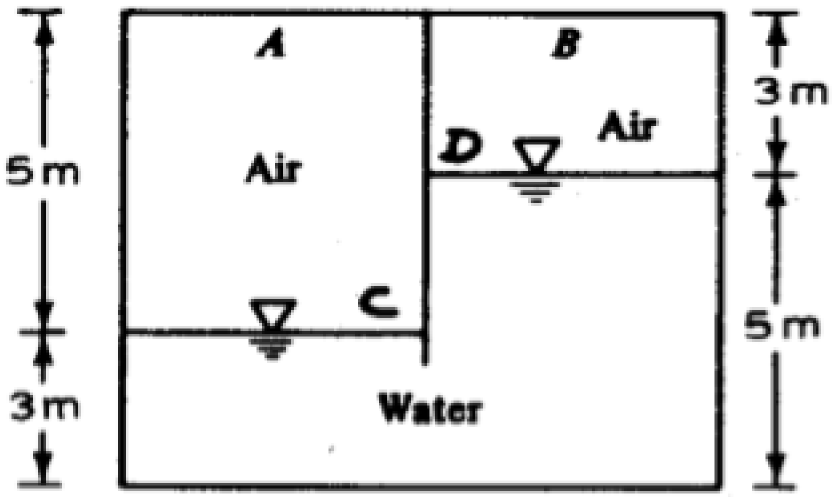


Fig. 2-3

Η κλειστή δεξαμενή του σχήματος βρίσκεται σε 20oC. Αν η πίεση στο Α είναι 98kPa, πόση είναι η πίεση στο Β? Τι ποσοστό σφάλματος προκύπτει από το να θεωρήσουμε αμελητέα την ειδική βαρύτητα του αέρα?

Άσκηση 4

$$30 + [(0.82)(9.79)](5-2) + (9.79)(2-0) + (9.79)(1.00) - [(13.6)(9.79)]y = 0 \qquad y = 0.627 \text{ m}$$

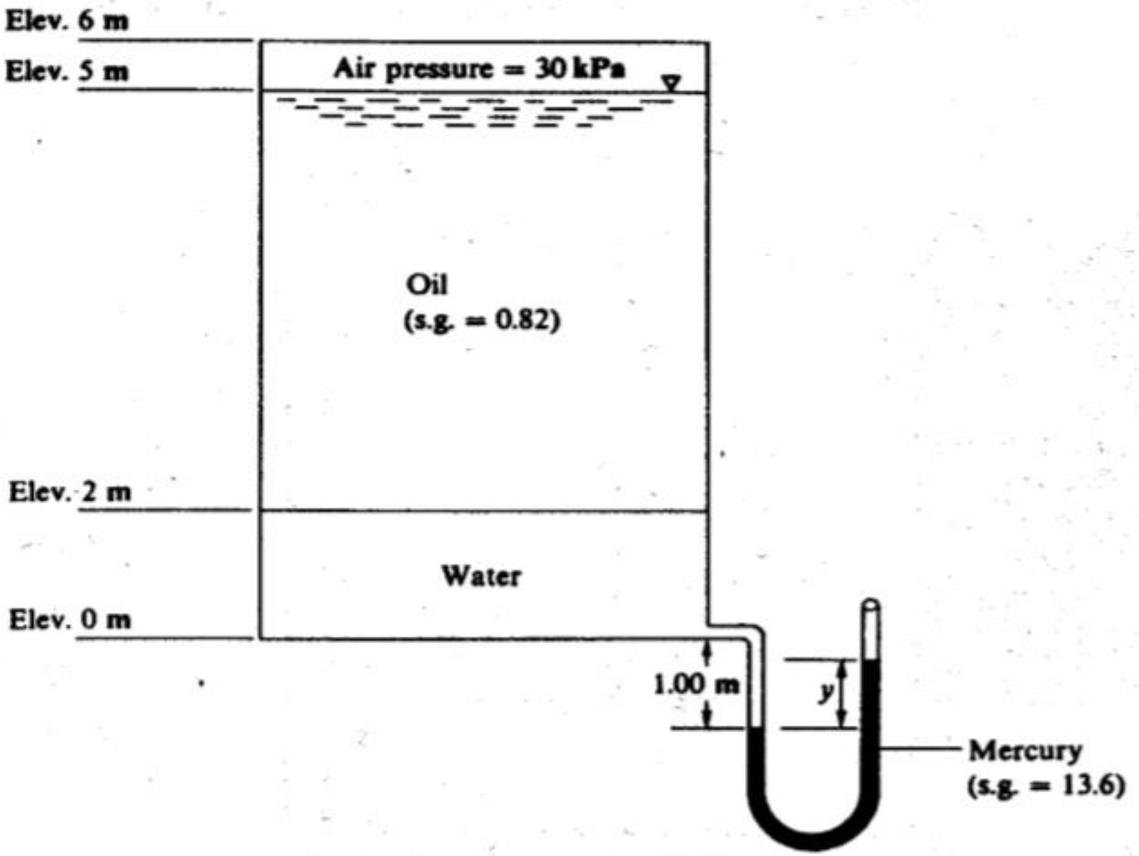


Fig. 2-20

Μανόμετρο είναι συνδεδεμένο στην δεξαμενή που περιέχει τρία διαφορετικά ρευστά. Ποιά είναι η υψομετρική διαφορά y της στήλης υδραργύρου στο μανόμετρο? Οι αριθμοί 2, 5, 6 στα αριστερά του σχήματος δείχνουν υψόμετρα.

Άσκηση 5

$$p_A + (0.84)(96) - (1.0)(159) = 0$$

$$p_A = 78.4\ \mathrm{mmH_2O\ gage} = 78.4/13.6 = 5.76\ \mathrm{mmHg\ gage}$$
$$= 78.4 + (13.6)(729) = 9993\ \mathrm{mmH_2O\ absolute}$$

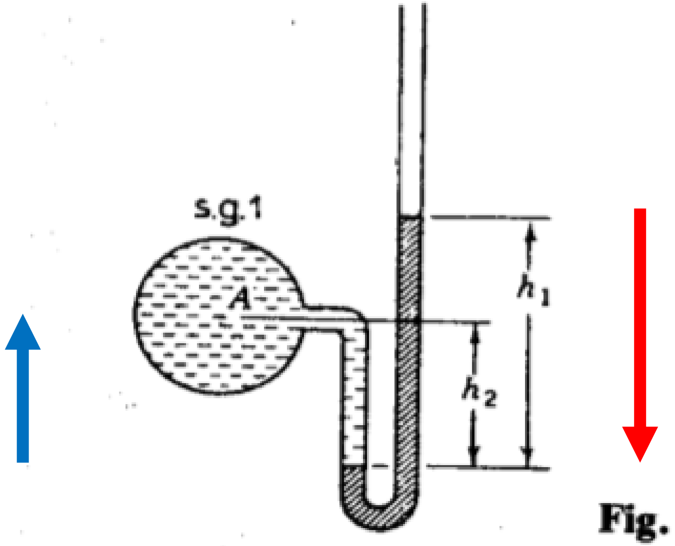


Fig. 2-23

Στο σχήμα, στη θέση sg1 υπάρχει λάδι με ειδική βαρύτητα 0.84, και το υπόλοιπο υγρό είναι νερό. Επίσης είναι h_1=96mm, h_2=159mm. Βρείτε την σχετική πίεση στο A σε mmHg. Εάν η ατμοσφαιρική πίεση είναι 729mmHg, ποιά είναι η απόλυτη pA σε mmH_2O?

Άσκηση 6

$$p_A - (9.79)(0.50) + (0.0118)(0.33) + [(13.6)(9.79)](0.17) - [(0.83)(9.79)](0.44) = 0 \qquad p_A = -14.17\ \text{kPa}$$

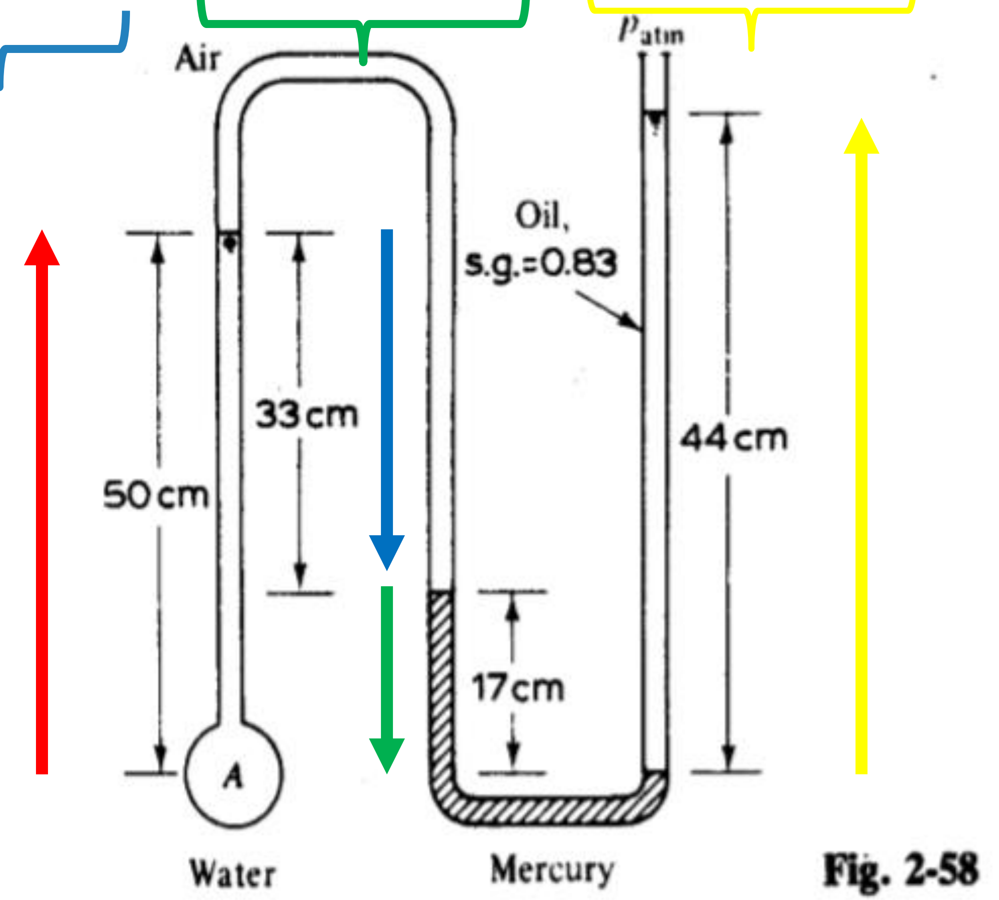
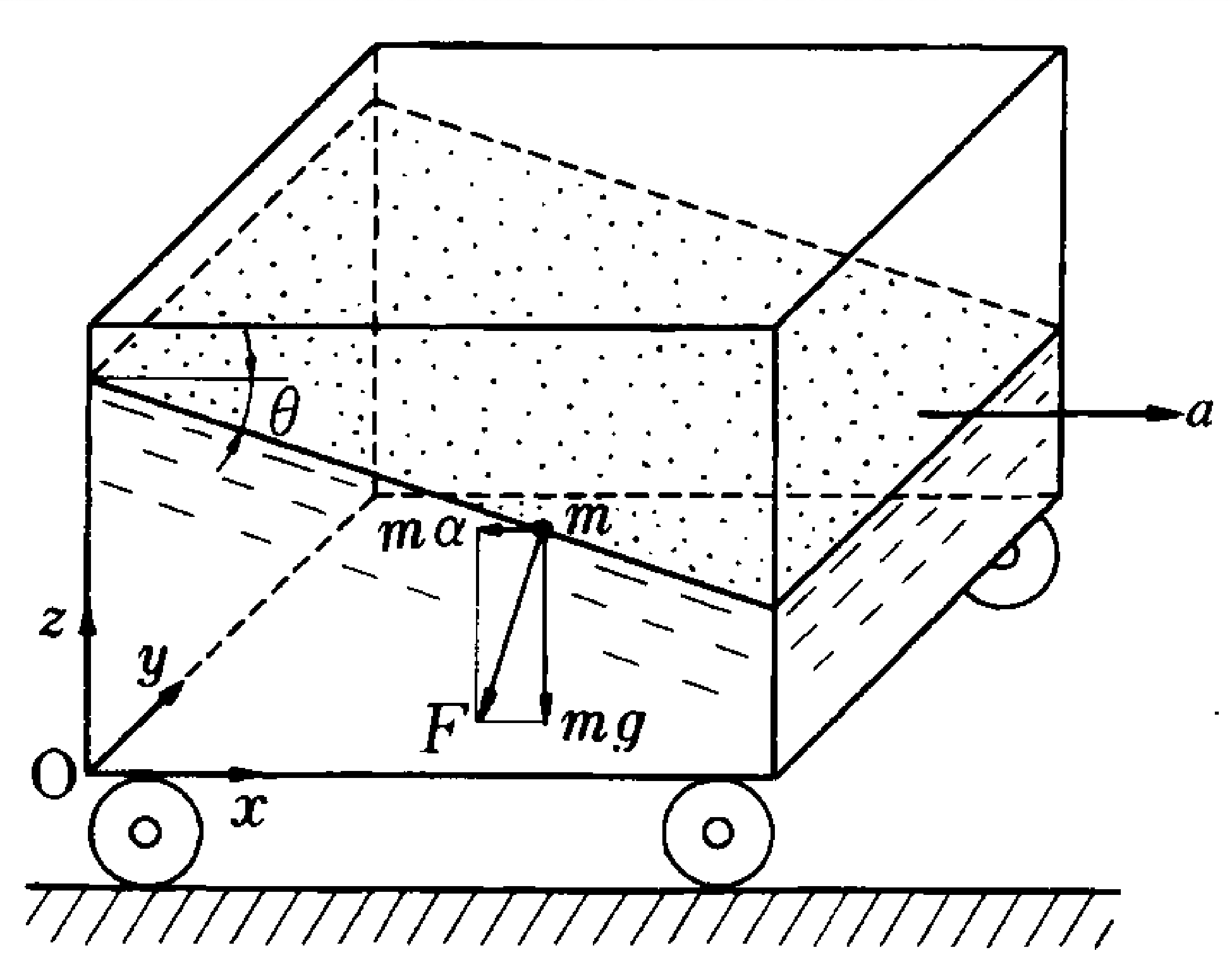


Fig. 2-58

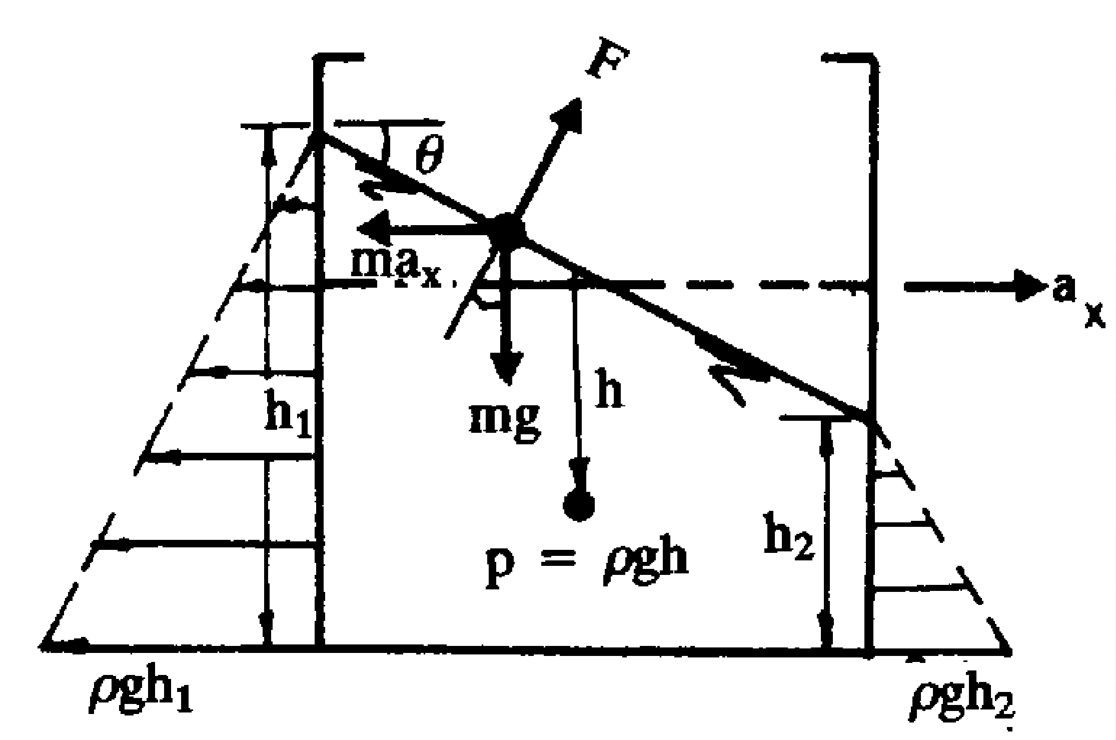
Προσδιορίστε την σχετική πίεση στο Α. Στο βέλος του σχήματος "oil s.g. 0.83" σημαίνει "λάδι ειδικής βαρύτητας 0.83.

ΜΆΖΕΣ ΥΓΡΏΝ ΣΕ ΜΕΤΑΦΟΡΆ ΚΑΙ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΉ

ΜΆΖΑ ΥΓΡΟΎ ΣΕ ΓΡΑΜΜΙΚΉ ΕΠΙΤΆΧΥΝΣΗ



ΜΆΖΑ ΥΓΡΟΎ ΣΕ ΕΠΙΤΆΧΥΝΣΗ



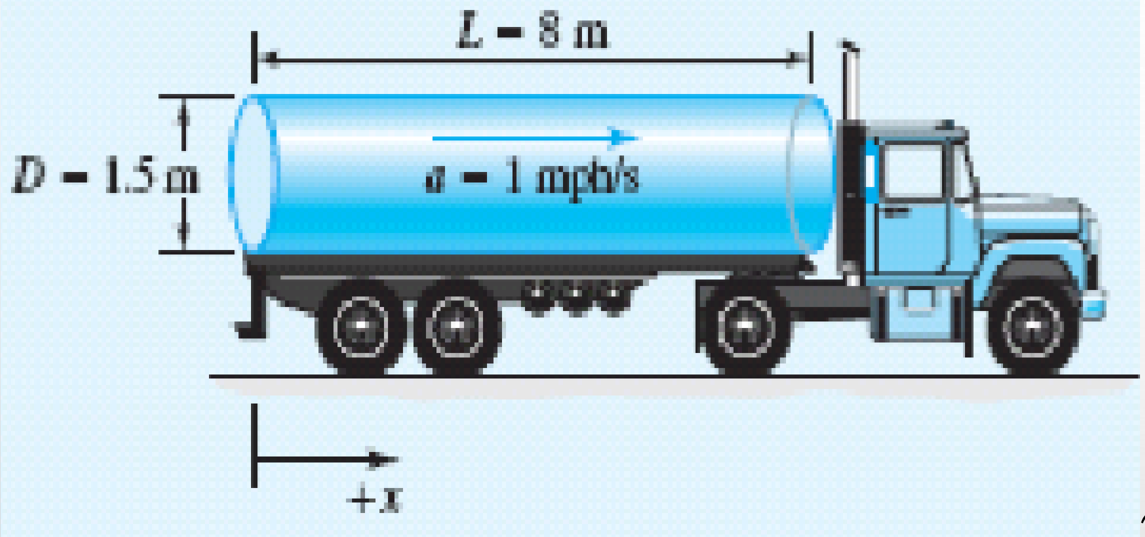
$$F \sin\theta = ma_x \text{ and } F\cos\theta - mg = 0 \text{ or } F\cos\theta = mg$$

$$\tan\theta = ma_x/mg = a_x/g$$

Το φορτηγό του σχήματος μεταφέρει βενζίνη με πυκνότητα ρ=720kg/m³ στην κυλινδρική κλειστή δεξαμενή του που έχει τις διαστάσεις που φαίνονται στο σχήμα. Η δεξαμενή είναι γεμάτη ακριβώς κατά το ήμισυ. Αν το φορτηγό επιταχύνεται σταθερά με επιτάχυνση α=1mph/s δηλαδή 1.6(km/h)/s:

a) ποιά είναι η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας της βενζίνης? (*μονάδες 1.0*).

b) ποιά είναι η διαφορά πίεσης μεταξύ του πυθμένα στο πίσω μέρος και του πυθμένα της δεξαμενής στο εμπρός μέρος? (*μονάδες 2.0*).

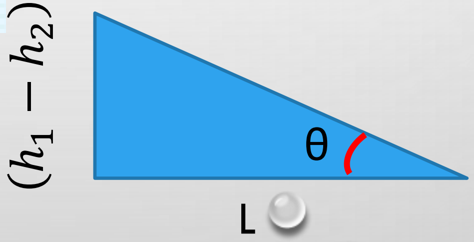


$$\theta = a\tan\left(\frac{a_x}{g}\right)$$

$$a_x = 1.6\frac{km}{h * s} = 1.6\frac{1000m}{3600s * s} = 0.44\, {}^{m}/_{s^2}$$

$$\theta = a\tan\left(\frac{a_x}{g}\right) = a\tan\frac{0.44\, {}^{m}/_{s^2}}{9.81\, {}^{m}/_{s^2}} = 2.594^{o}$$

$$\Delta \mathrm{p} = \rho g h_1 - \rho g h_2 = \rho g (h_1 - h_2)$$

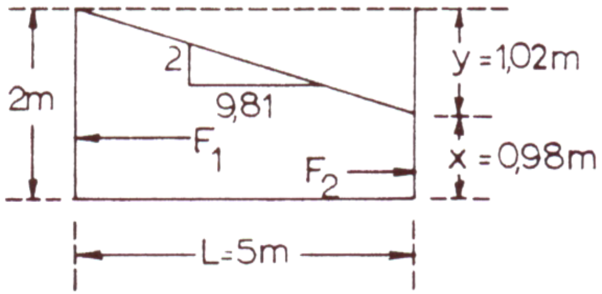


$$\tan\theta = \frac{h_1 - h_2}{L} \Rightarrow h_1 - h_2 = L\tan\theta$$

$$\Delta \mathrm{p} = \rho g h_1 - \rho g h_2 = \rho g (h_1 - h_2) = \rho g L \tan\theta = 720\frac{kg}{m^3} 9.81\frac{m}{s^2} 8m * \tan 2.594^{o} = 2560Pa$$

Ένα ορθογώνιο δοχείο μήκους 5m, πλάτους 3 m και ύψους 2 m είναι γεμάτο νερό και υπόκειται σε οριζόντια επιτάχυνση 2 m/sec^2 κατά τη διεύθυνση του μήκους του. Να υπολογισθεί ο όγκος του νερού που θα χυθεί και να ελεγχθεί η ισότητα της δυνάμεως που χρειάζεται για την επιτάχυνση της τελικής μάζας του νερού μέσα στο δοχείο και της συνισταμένης δυνάμεως πιέσεως, που ασκείται από το νερό πάνω στο μπροστινό τοίχωμα και πίσω τοίχωμα του δοχείου.

Λύση



Από την εξίσωση (3.4.5) και από τα δεδομένα του προβλήματος παίρνουμε:

$$\varepsilon\varphi\, \theta = \frac{a_x}{g} = \frac{2}{9{,}81} = 0{,}204$$

Άρα

$$y = L\, \varepsilon\varphi\, \theta = 5\ (0{,}204) = 1{,}02\ m$$

Ο όγκος που χύθηκε είναι $= \frac{1}{2} * 1{,}02 * 5 * 3 = 7{,}65\ m^3$

Ο όγκος του νερού που έμεινε $= (5 * 3 * 2) - 7{,}65 = 30 - 7{,}65 = 22{,}35\ m^3$.

Η δύναμη επιταχύνσεως $F = ma_x = \frac{\gamma}{g}$ (όγκος) $a_x = \frac{1}{9{,}81}\ (22{,}35) * 2 = 4{,}56\ ton$.

Οι δυνάμεις πιέσεως είναι:

$$F_1 = (3 * 2)\left(\frac{2}{2}\right)\gamma = 6\ ton$$

$$F_2 = (3 * 0{,}98)\left(\frac{0{,}98}{2}\right)\gamma = 1{,}44\ ton$$

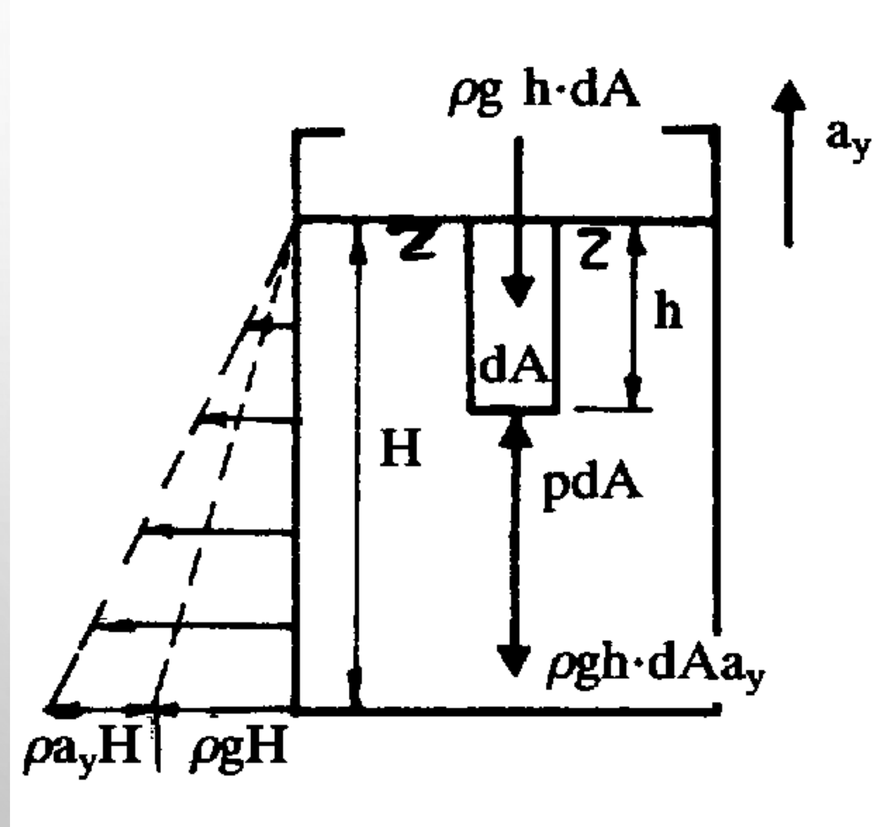
Η διαφορά αυτών είναι:

$$F_1 - F_2 = 6 - 1{,}44 = 4{,}56\ ton$$

δηλαδή

$$F = F_1 - F_2 = ma_x$$

ΜΆΖΑ ΥΓΡΟΎ ΣΕ ΚΑΤΑΚΌΡΥΦΗ ΕΠΙΤΆΧΥΝΣΗ

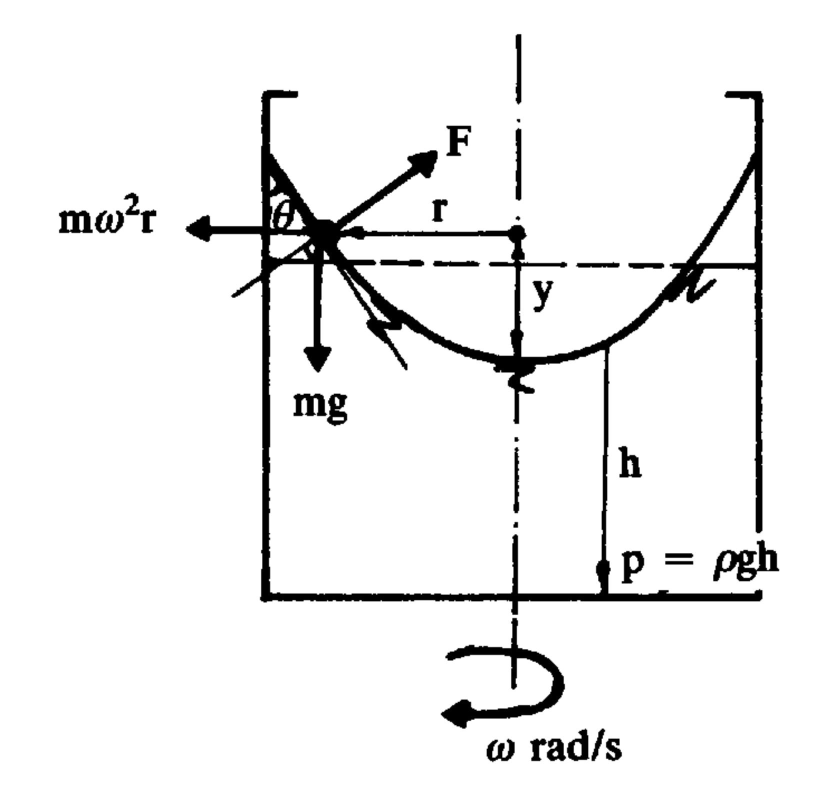


$$p\,dA = \rho\, h\, dA\, g + \rho\, h\, dA\, a_y$$

$$\rho g h\,(1 + a_y/g)$$

Εάν το δοχείο πέφτει με ελεύθερη πτώση, (a_y=-g) πόση είναι η πίεση στα τοιχώματα ?

ΜΆΖΑ ΥΓΡΟΎ ΣΕ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΉ



$$\tan\,\theta = dy/dr = m\omega^2 r/mg = \omega^2 r/g$$

$$y = \omega^2 r^2/2g$$